



## Addition de fractions

Les compétences calculatoires constituent un des axes majeurs de la formation des élèves au collège dans le champ numérique. Elles se développent en tenant compte simultanément de deux enjeux principaux :

- **l'acquisition d'automatismes de calcul** permettant de soulager la mémoire de travail lors des activités ;
- **la construction du sens de l'opération** participant à la mémorisation des règles de calcul, contribuant à l'appropriation de nouvelles opérations et favorisant le développement de l'adaptabilité.

Ainsi, la maîtrise de la procédure seule ne garantit pas l'acquisition d'une juste conception de l'addition de fractions. Comme le précise la recherche, la majorité des élèves réussissant « les exercices de calcul sur les fractions ont tendance à faire preuve d'une expertise de routine plutôt que d'une expertise adaptative<sup>1</sup> ». Par conséquent, ces mêmes élèves éprouvent des difficultés dans le cas d'addition de fractions avec des dénominateurs multiples ou pour s'approprier les autres opérations vues par la suite. Au-delà, l'expertise adaptative est essentielle pour estimer un ordre de grandeur et traiter des situations contextualisées.

## Objectifs

L'une des sources principales d'erreurs dans l'addition de fractions relève du sens de la notion même de fraction. La présente ressource, conçue à l'échelle d'une séance, poursuit ainsi un double objectif :

- remédier aux erreurs procédurales, certaines reposant sur une conceptualisation erronée de la fraction ;
- exploiter l'addition de la fraction comme un levier pour interroger et corriger les conceptions erronées de la fraction qu'entretiennent les élèves.

## Domaine

Nombres et calculs

<sup>1</sup>. Page 43 de la synthèse de recherche « De la multiplication aux fractions : réconcilier intuition et sens mathématique », CSEN, Juin 2022

## Dans les programmes

### Attendus de 6<sup>e</sup>

En période 1, les élèves ajoutent des fractions décimales de même dénominateur.

En période 2, l'addition est étendue à des fractions de même dénominateur (inférieur ou égal à 5 et en privilégiant la vocalisation : deux cinquièmes plus un cinquième égale trois cinquièmes).

### Attendus de 5<sup>e</sup>

Les élèves sont amenés à reconnaître et à produire des fractions égales (sans privilégier de méthode en particulier), à comparer, additionner et soustraire des fractions dont les dénominateurs sont égaux ou multiples l'un de l'autre.

### Attendus de 4<sup>e</sup>

Les opérations entre fractions sont étendues à la multiplication et la division.

## Choix des programmes et conséquences sur les apprentissages

La construction des fractions au cycle 2 et 3 est établie à partir de l'interprétation de la partie rapportée au tout (fraction - partage) d'abord dans des cas simples, avant d'installer le statut de nombre à l'aide de la droite numérique. Cette première interprétation des fractions présente le risque d'entretenir une représentation définissant la fraction à partir de deux entiers accolés et séparés par une barre, à l'origine d'erreurs dans l'addition du type ajout des numérateurs entre eux et des dénominateurs entre eux.

Pour accompagner les élèves à développer des procédures et des concepts justes, l'approche des programmes consiste à mobiliser plusieurs représentations et à s'appuyer sur les liens qu'elles entretiennent entre elles.

Ici, le choix fait pour accompagner les élèves à corriger les erreurs produites aussi bien sur le plan opératoire que d'un point de vue des concepts de l'addition et de la fraction, repose sur une exploitation de trois représentations : l'écriture mathématique, le modèle en barre et la droite numérique.

## Item exploité

### Évaluation nationale de 5<sup>e</sup>/Automatismes

Cocher la réponse correcte.

$$\frac{3}{7} + \frac{3}{7} = \dots$$

- $\frac{6}{7}$
- $\frac{3}{7}$
- $\frac{9}{49}$
- $\frac{6}{14}$

L'analyse des réponses possibles, faite en collaboration avec la DEPP, donne des indications sans présupposer de la démarche réelle de l'élève.

Réponse attendue :  $\frac{6}{7}$

Cet item est un automatisme procédural qui vérifie que l'élève sait additionner deux fractions de même dénominateur. Pour cela il doit repérer que les deux dénominateurs des fractions sont égaux et ajouter les numérateurs entre eux.

## Analyse des erreurs

Réponse  $\frac{3}{7}$

L'élève étend la règle du dénominateur commun au numérateur et donc n'additionne pas les numérateurs entre eux.

Ou l'élève réalise successivement deux partages identiques de la même quantité. Il interprète l'addition comme une itération de l'opérateur « partage », une démarche qui repose sur la première approche de la fraction vue au cycle 3.

Réponse  $\frac{9}{49}$

L'élève multiplie les dénominateurs entre eux ainsi que les numérateurs.

Pour cela, l'élève a peut-être réalisé le partage en  $\frac{3}{7}$  d'une quantité, puis a réitéré le processus sur la quantité obtenue. L'addition de fractions est ici vue comme la composition de l'opérateur partage (qui correspond à la multiplication).

Réponse  $\frac{6}{14}$

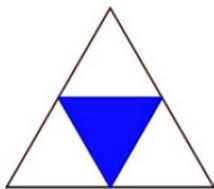
L'élève ajoute les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux. Cette stratégie repose sur une représentation bipartite de la fraction, c'est-à-dire vue comme deux entiers accolés et séparés par une barre, à qui on applique les propriétés des nombres entiers.

Les sources potentielles d'erreurs peuvent provenir :

- d'une conception erronée de la fraction comme deux entiers accolés (erreur sur le concept de la fraction-partage),
- d'une conception de la fraction limitée à la seule représentation parties/tout.

Il peut être éclairant de croiser les résultats précédents avec ceux des deux items ci-dessous relatifs à la connaissance qu'ont les élèves du concept fraction-partage et à celle du positionnement d'une fraction décimale sur la droite numérique.

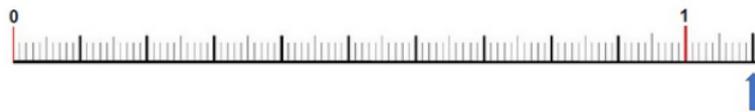
Quelle fraction de la surface est coloriée ?



Cocher la réponse correcte.

- 1/3  
 3/4  
 1/2  
 1/4

Quel est le nombre désigné par la flèche ?



Cocher la réponse correcte.

- $\frac{101}{100}$   
  $\frac{11}{10}$   
  $\frac{1}{10}$   
  $\frac{11}{100}$

## Une séance pour accompagner les élèves à mieux réussir

### Objectifs

- Remédier à des procédures erronées dans l'addition de fractions en consolidant les concepts.
- Développer une expertise adaptative notamment par la recherche d'ordre de grandeur, en multipliant les allers-retours entre différentes représentations dont en particulier celle de la droite numérique.

### Choix pédagogiques

#### Multiplier les allers-retours entre plusieurs représentations d'une fraction et installer la droite numérique comme référence

Ces allers-retours entre les différentes représentations, concrètes et abstraites d'une fraction, dans des situations d'additions, ont pour but d'enrichir les conceptions des élèves au-delà de la représentation partie/tout.

Notamment, les activités proposées, à l'échelle d'une séance, amènent les élèves à utiliser les trois représentations de l'addition de fractions mesurées par la recherche comme les facteurs principaux permettant de soutenir et développer la compréhension de fraction :

- l'écriture mathématique ;
- le modèle en barre ;
- le segment sur une ligne numérique.

#### Faire vivre le triptyque manipuler/verbaliser/abstraire

Les exercices proposés visent à amener les élèves à manipuler des représentations, à prendre appui sur ces dernières pour les faire verbaliser, et permettre ainsi aux élèves de :

- représenter une addition de fraction sur une droite numérique ;
- anticiper la comparaison du résultat à 1,  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{4}$ , 2 ...

Ces tâches mettent l'accent sur la verbalisation dont la recherche souligne l'importance, levier de passage de la manipulation vers l'abstraction pour consolider la compréhension des concepts<sup>2</sup>.

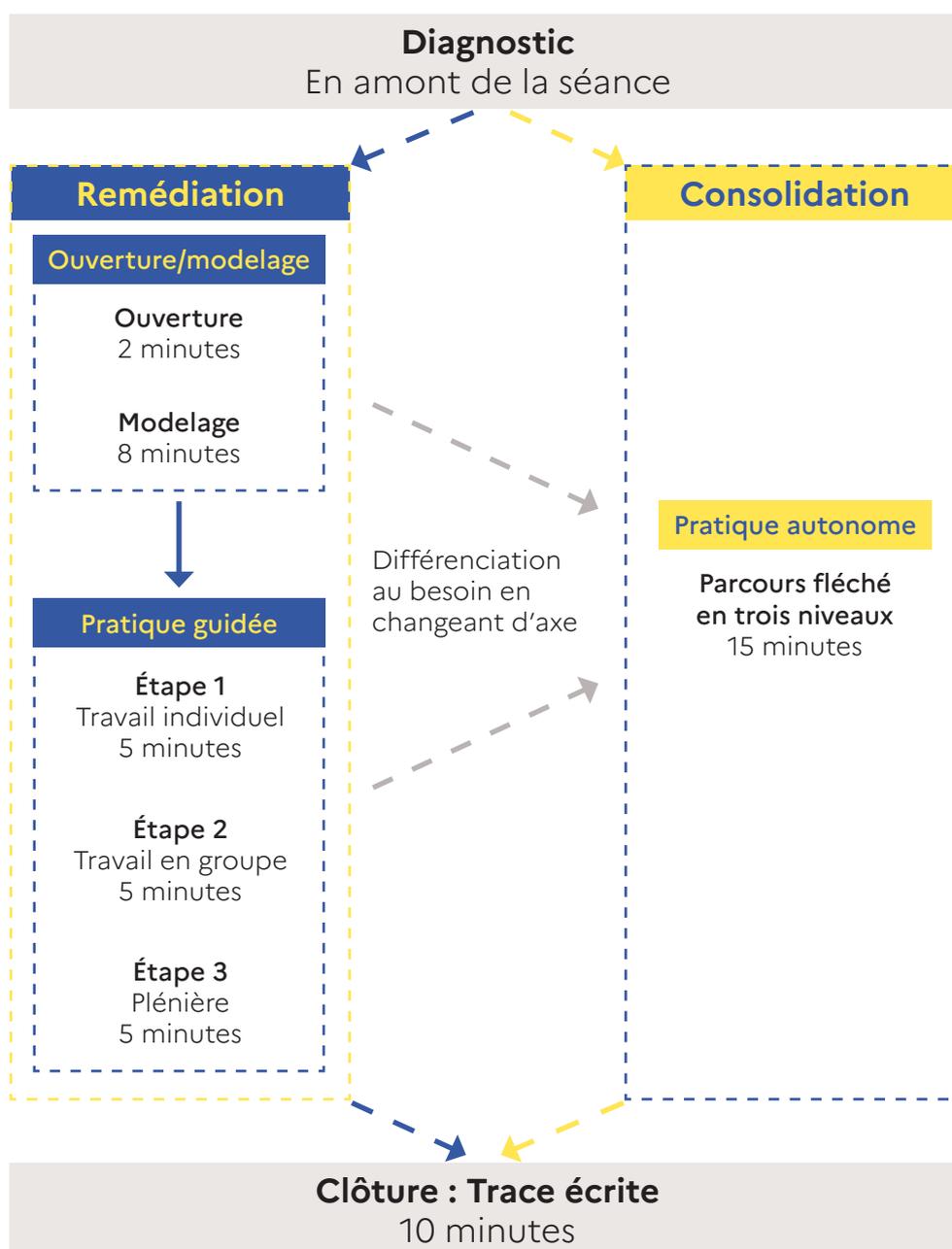
2. « 21 mesures pour l'enseignement des mathématiques », rapport du 12 février 2018, page 26

## Propositions de scénarios

Les propositions ci-dessous prennent appui sur une approche de l'enseignement explicite. Les stratégies d'accompagnement proposées sont déclinées selon deux options qui peuvent être menées séparément, l'une à la suite de l'autre ou en parallèle, en fonction des besoins des élèves.

La description de chacune des phases qui composent le scénario, accompagnée des références aux documents pour l'élève et pour le professeur – intégrant notamment des verbatims –, figure après l'illustration des scénarios.

### Illustration des scénarios



## Description des différentes phases

Les documents proposés, notés en italique, sont accessibles dans les annexes.

- Test diagnostique – En amont de la séance

Ce test vise à compléter l'information issue de l'item des évaluations nationales de 5<sup>e</sup> et à choisir ensuite le scénario de séance correspondant le mieux aux besoins des élèves.

- Remédiation
- Ouverture/Modelage – 10 minutes

L'enseignant attire l'attention sur l'objectif d'apprentissage de la séance : additionner des fractions.

Il explique comment répondre aux questions de la *Fiche élève-Remédiation- Planche 1 - Modelage*. Il décrit de façon très précise une méthode consistant à utiliser les trois représentations de la fraction (voir la *Fiche professeur-Remédiation- Ouverture et modelage*). Il répond aux questions des élèves. Puis les élèves remplissent la planche 1.

- Pratique guidée – 15 minutes

### Étape 1 : phase individuelle – 5 minutes

Les élèves travaillent seuls sur la *Fiche élève- Remédiation- Planche 2 – Pratique guidée*. L'enseignant les incite à expliquer leurs raisonnements dans le cadre vide en utilisant le modèle en barre. Il les incite également à oraliser leurs raisonnements et est attentif à sa formalisation telle que proposée par la *Fiche professeur-Remédiation- Pratique guidée* sur laquelle il peut s'appuyer afin d'aider les élèves à surmonter leurs difficultés.

### Étape 2 : travail en groupe – 5 minutes

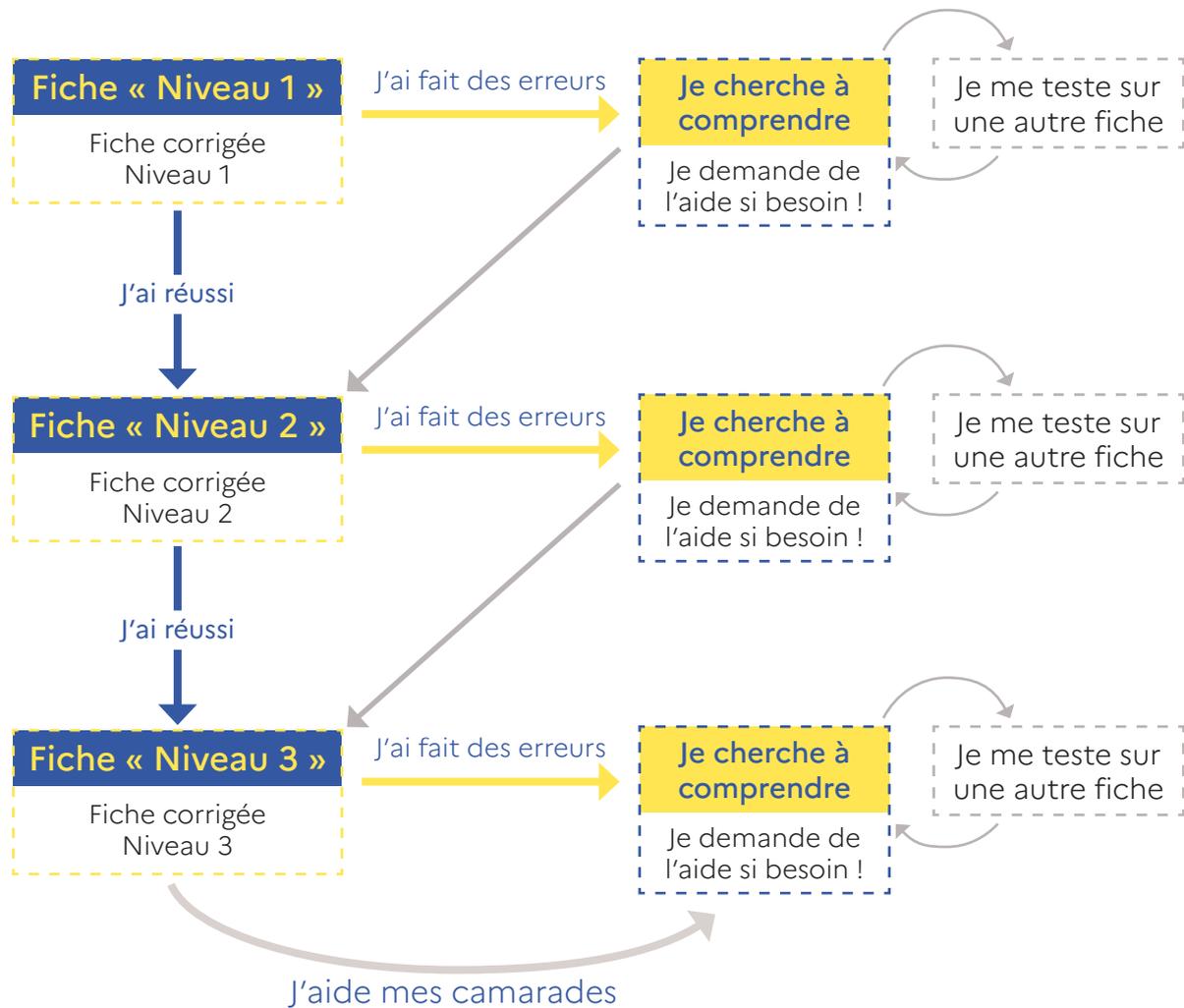
Les élèves expliquent leurs raisonnements mutuels en groupes de deux à quatre. L'enseignant veille à la formalisation de l'oral. Il peut s'appuyer sur la *Fiche professeur-Remédiation- Pratique guidée* afin d'accompagner les élèves.

### Étape 3 : plénière – 5 minutes

Un groupe passe au tableau afin de présenter sa production avant l'organisation d'un temps d'échange en deux temps : la compréhension du raisonnement du groupe puis sa validation. L'enseignant veille à la formalisation des verbalisations. Il organise les échanges et les argumentations.

- Consolidation
- Pratique autonome – 15 minutes

Les élèves suivent le parcours fléché ci-contre. Ils répondent aux exercices du parcours élèves puis s'auto corrigent en prenant appui sur les corrections à la fin du document *Parcours fléché élève-Consolidation-Pratique autonome*. Le professeur supervise et accompagne le travail des élèves. Des étayages entre pairs sont encouragés. Il est possible pour l'enseignant de s'appuyer sur la *Fiche professeur-Remédiation- Pratique guidée* afin d'accompagner les élèves qui ont des difficultés.



- Clôture

- Trace écrite – 10 minutes

Construction de la trace écrite avec les élèves à partir du document *Trace écrite à compléter*. Une somme apparaît au centre de la feuille et ses différentes représentations sont complétées. Le professeur peut s'appuyer sur le document *Exemple de trace écrite-Clôture*.

## Entraînement par des automatismes

### Reprise expansée<sup>3</sup> – Au-delà de la séance

Afin d'entretenir les automatismes créés, le professeur peut faire travailler à nouveau les élèves sur le parcours fléché. Pour consolider les acquis, il propose des questions flash ou des devoirs maison sur l'addition de fractions.

Enfin, dans le but d'accompagner les élèves à la mémorisation des procédures enseignées, les élèves travaillent sur des flash cards.

Des exemples de questions flash, devoirs maison et flash cards sont donnés en annexe.

## Ressources

- [« De la multiplication aux fractions : réconcilier intuition et sens mathématiques »](#), Synthèse de la recherche et recommandation, CSEN, juin 2022
- [« Évaluer la compréhension des nombres décimaux et des fractions : Le test de la ligne numérique »](#), Note du CSEN, février 2022
- [« Fractions et nombres décimaux au cycle 3 »](#) (novembre 2016)

## Pour aller plus loin

- [« L'enseignement explicite : de quoi s'agit-il, pourquoi ça marche et dans quelles conditions ? »](#), Synthèse de la recherche et recommandation, CSEN, juin 2022
- [« Utiliser les nombres pour comparer, calculer et résoudre des problèmes : les fractions »](#), mars 2016
- [Les automatismes au collège](#), éducol, janvier 2022
- [Planification de la mémorisation par reprises à rythme expansé](#), académie d'Aix-Marseille
- [Plateforme collaborative de problèmes](#) du CSEN

---

3. Planification de la mémorisation par reprises à rythme expansé- Académie d'Aix Marseille- Le principe de la reprise expansée-

Aucun cerveau n'oublie, n'estompe ou ne retient de la même façon qu'un autre. Cependant les résultats statistiques de l'oubli et des reprises indiquent que plus les reprises sont nombreuses, plus la rétention en mémoire est durable. Mais rien ne sert de réapprendre une notion de façon trop rapprochée car le cerveau n'a pas le temps d'oublier. L'idéal est d'écarter de plus en plus les reprises. Par exemple après 2 ou 3 jours, puis après 5 ou 6 jours, etc.