

Cycle(s)	1	2	3	4
	PS MS GS CP CE1 CE2 CM1 CM2 6 ^e 5 ^e 4 ^e 3 ^e			
Exploitation des évaluations nationales de 4^e Accompagnement personnalisé en mathématiques - Fiche professeur				

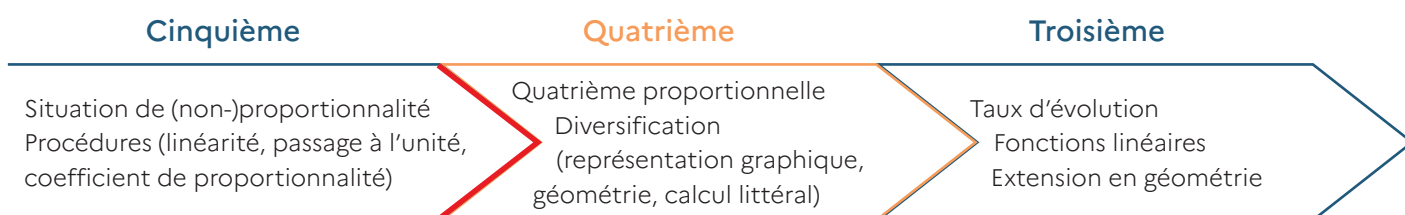
Organisation et gestion de données, fonction

Résolution de problèmes en lien avec la proportionnalité

Choix du sous-thème : résolution de problèmes en lien avec la proportionnalité

Les situations de proportionnalité sont omniprésentes dans la vie courante. La notion de proportionnalité se prête particulièrement à la résolution de problèmes, et de ce fait, participe au développement des compétences disciplinaires et transversales des élèves. De plus cette notion trouve de nombreux liens avec les autres thèmes du programme de cycle 4. Non exhaustivement, on peut citer en particulier l'association avec les conversions d'unités et les grandeurs composées (grandeurs et mesures), les triangles semblables et la propriété de Thalès (géométrie), le calcul fractionnaire (nombres et calculs). La maîtrise des compétences nécessaires à la résolution de problèmes en lien avec la proportionnalité est donc essentielle aux élèves pour leur réussite au cycle 4.

Dans les programmes



Items libérés concernés et analyse des distracteurs :

L'analyse des distracteurs, faite en collaboration avec la DEPP, donne des indications sur les réponses erronées sans présupposer de la démarche réelle de l'élève.

ITEM 1 (issu des tests spécifiques sur les automatismes)

Un cycliste roule pendant 30 min à la vitesse moyenne de 18 km/h.

Quelle distance parcourt-il ?

- 18 km 5,4 km 9 km 36 km

Réponse 5,4 km.

L'élève a bien compris ce que signifiait la notation « km/h » et la notion de proportionnalité associée. L'erreur commise porte sur la confusion entre 30 minutes et 0,30 heure.

Réponse 18 km.

L'élève n'a pas compris la signification de la notation km/h. Suite à la lecture du document, il s'est intéressé à la partie « km » correspondant à une distance (en faisant donc abstraction de la partie « /h »)

Réponse 36 km.

L'élève a bien compris que 30 minutes = 0,5 heure. Il a associé l'écriture km/h à une opération division. De ce fait, l'élève a effectué le quotient $18/0,5$ (considérant donc que la donnée chiffrée « 18 » était une distance).

ITEM 2 (issu des tests spécifiques sur les automatismes)

Le tableau suivant est un tableau de proportionnalité

12	4
	9

Quel nombre doit-on placer dans la case vide ?

- 17 30 27 3

Réponse 3.

L'élève a bien trouvé le coefficient multiplicateur permettant de « passer » de 4 à 12. Soit il a reporté ce coefficient dans la case vide, soit il a effectué l'opération dans le mauvais sens pour compléter la case vide ($3 \times \dots = 9$)

Réponse 17.

L'élève a cherché combien il y avait « de plus » pour passer de 4 à 9 (ou de 4 à 12). Il a ensuite effectué $12 + 5$ ou $9 + 8$.

Réponse 30.

L'élève a bien trouvé le coefficient multiplicateur permettant de « passer » de 4 à 12. Observant que $12 > 4$, l'élève a « estimé » que le nombre cherché devait donc être plus grand que 9. Ne pouvant pas écrire 3, il propose la réponse « 30 ».

ITEM 3 (issu des tests spécifiques sur la résolution de problèmes)

Dans un supermarché, les fraises sont à 2 € le kilogramme.

Combien vais-je payer pour acheter 5 kg de fraises dans ce supermarché ?

5 € 6 € 7 € 10 €

Réponse 5 €.

Demandant un prix pour 5 kg, l'élève transforme l'unité kg en € pour qu'il y ait une cohérence de la question avec une unité correspondant à un prix.

Réponse 6 €.

L'élève a compris que « le » kilogramme correspond à 1 kg. Il a bien fait la distinction entre les deux grandeurs (masse et prix). Il a complété l'opération : $1 \text{ kg} + \dots = 5 \text{ kg}$ en cherchant combien il y avait de kg « de plus ». Le nombre obtenu lui a permis de trouver le prix manquant ($2 \text{ €} + 4 = 6 \text{ €}$)

Réponse 7 €.

L'élève a compris que le prix de 5 kg de fraises devait être plus grand que 2 €. « Le kg » est bien associé à 1 kg. L'élève n'a ensuite fait aucune distinction entre les deux grandeurs pour répondre à son objectif. Il a effectué la somme de 5 et 2, qui lui permettait d'avoir un nombre plus grand que 2 €

ITEM 4 (issu des tests spécifiques sur la résolution de problèmes)

César et Romain habitent à la même distance du collège.

Romain vient au collège à pied.

Sa vitesse est de 5 km/h.

César vient à vélo.

Il est trois fois plus rapide.

Le trajet de Romain dure 12 minutes.

Combien dure le trajet de César ?

4 minutes 36 minutes 15 minutes 3 minutes

Réponse 3 min.

L'élève a associé la lecture de « 3 fois plus rapide » à une notion de durée, ce qui a été représenté par 3 min.

Réponse 15 min.

L'élève a utilisé l'information « 3 fois plus rapide » avec l'information sur la vitesse donnée (5 km/h). Utilisant les informations sur la vitesse, il recherche alors la vitesse de César et ne répond pas à la question. Il a aussi pu ajouter à la durée du trajet de Romain 3 minutes (en considérant « 3 fois plus rapide » comme « trois minutes de plus »).

Réponse 36 min.

L'élève a bien compris qu'il recherchait une durée. Il a utilisé l'information « 3 fois plus rapide » avec l'information sur la durée donnée (12 min). Ces deux informations l'ont alors conduit à effectuer le produit de 3 par 12.

ITEM 5 (issu des tests spécifiques sur la résolution de problèmes)

Dans une même boulangerie,
Lucas achète 7 pains au chocolat et paie 6,30 €,
Enzo achète 9 pains au chocolat et paie 8,10 €.
Combien paierait Camillia pour 8 pains au chocolat ?
 0,90 € 7,10 € 7,20 € 7,30 €

Réponse 0,90 €.

L'élève a suivi une démarche cohérente, commençant par chercher le coût supplémentaire ($8,10 - 6,30 = 1,80$) pour l'achat de 2 pains au chocolat de plus ($9 - 7$). Il a associé son résultat au prix de 2 pains au chocolat et a effectué l'opération convenable pour déterminer le prix d'un seul ($1,80 / 2$). Il n'a juste pas répondu à la question posée, mais à celle qu'il s'est posée.

Réponse 7,10 €

L'élève a estimé que le prix d'un pain au chocolat était de 1 € (en lien avec la vie courante). 8 pains au chocolat correspondant à 8 pains – 1 pain, l'élève effectue l'opération associée à cette démarche ($8,10 € - 1 €$). On remarque que la distinction entre les grandeurs ne pose pas de souci ici.

Réponse 7,30 €.

L'élève a estimé que le prix d'un pain au chocolat était de 1 € (en lien avec la vie courante). 8 pains au chocolat correspondant à 7 pains + 1 pain, l'élève effectue l'opération associée à cette démarche ($7,30 € + 1 €$). On remarque que la distinction entre les grandeurs ne pose pas de souci ici.

ITEM 6 (issu des tests spécifiques sur la résolution de problèmes)

Louise a acheté 10 objets identiques pour 22 €, combien coûtent 15 de ces objets ?
 33 € 27 € 15 € 47 €

Réponse 27 €.

L'élève ayant proposé cette réponse a bien fait la distinction entre les deux grandeurs (nombre d'objets et prix). Il a repéré qu'il y avait 5 objets « de plus » dans la question et a donc mis 5 € « de plus » au prix donné.

Réponse 15 €.

L'élève ayant proposé cette réponse a fait abstraction de la première partie de l'énoncé et a effectué une compilation entre les deux informations de la question : « coûtent » et « 15 ».

Réponse 47 €.

Sans aucune considération des différentes grandeurs associées aux nombres, l'élève a observé que : 15 objets étant plus grand que 10 objets, le prix devait être plus grand que 15 €. Il a donc fait le choix d'additionner tous les nombres proposés ($10 + 15 + 22$).

ITEM 7 (issu des tests spécifiques sur la résolution de problèmes)

Avec 20 L de lait, on obtient 1 kg de beurre.
Pour obtenir 100 g de beurre, il faut ... de lait.
 2000 L 20 L 200 L 2 L

Réponse 200 L.

L'élève a effectué de manière satisfaisante la conversion des unités de masse (soit 100 g = 0,1 kg, soit 1 kg = 1 000 g). La situation de proportionnalité entre les deux grandeurs a bien été associée à un produit ou à un quotient. L'élève a inversé l'opération attendue (il a effectué /0,1 au lieu de $\times 0,1$ ou $\times 10$ au lieu de / 10)

Réponse 20 cL.

L'élève a vu que 100 g de beurre était bien plus petit que 1 kg de beurre (10 fois). Il a « estimé » que la quantité de lait devait être plus petite. Ayant repéré le « 100 », l'unité cL étant 100 fois plus petite que l'unité L, il a donc fait ce choix.

Réponse 2 000 L.

L'élève ayant proposé cette réponse a bien fait la distinction des deux grandeurs (contenances et masses). Il a néanmoins fait abstraction des différentes unités de masse données (kg et g), considérant que c'était les mêmes. La proportionnalité a été effectuée selon cette considération (20×100).

ITEM 8 (issu des tests spécifiques sur la résolution de problèmes)

Quand Romain prend sa douche, il ouvre le robinet au maximum pendant 8 minutes et il utilise 80 litres d'eau.
Quand il prend un bain, il ouvre le même robinet au maximum pendant 12 minutes.
Quel volume d'eau économise-t-il en choisissant de prendre une douche à la place d'un bain ?
 160 L 40 L 120 L 10 L

Réponse 160 L.

L'élève ayant suivi cette démarche a commencé par chercher le volume d'eau consommé par Romain pour prendre un bain (120 L). Il y a une recherche de l'écart entre le bain et la douche : 4 minutes (12 min - 8 min), soit 40 Litres d'eau supplémentaires. Cette notion de « supplément » a été associée à une somme (120 + 40).

Réponse 120 L.

L'élève ayant suivi cette démarche n'a pas répondu à la question posée, mais à la question qu'il s'est posée : « Quel volume d'eau est utilisé quand Romain prend un bain ? ». La démarche est correcte, mais incomplète.

Réponse 10 L.

L'élève a suivi une démarche lui permettant d'obtenir une économie de 40 Litres d'eau. Il a associé cette économie à la durée correspondante (4 min) et cherché l'économie d'eau par minute. Il y a une interprétation de la question en : Quel volume d'eau économise-t-il par minute en choisissant de prendre une douche à la place d'un bain ?

ITEM 9 (issu des tests spécifiques sur la résolution de problèmes)

Il faut 80 g de crocus pour obtenir 1 g de safran.
 Quelle masse de safran un producteur pourra-t-il produire avec 1 kg de fleurs de crocus ?
 80 kg 80 g 12,5 kg 12,5 g

Réponse 80 kg.

L'élève s'est focalisé sur les données chiffrées et les unités sans être attentif aux grandeurs et aux conversions à effectuer : 1 g devenant 1 kg, 80 g devient forcément 80 kg.

Réponse 12,5 kg.

L'élève ayant proposé cette réponse a pu convertir en kg les données sur les crocus de manière satisfaisante (80 g = 0,08 kg). Travaillant alors avec des kg, en suivant une démarche correcte (1 / 0,08), il a considéré que sa réponse était forcément en kg également.

Réponse 80 g.

L'élève peut avoir suivi la même démarche que l'élève ayant donné 80 kg comme réponse. Il a simplement considéré qu'on cherchait une masse de safran et a observé que cette masse de safran devait être inférieure à la masse de fleurs de crocus. Comme $80 \text{ g} > 1 \text{ kg}$, il suffit alors de changer d'unité et prendre les grammes ($80 \text{ g} < 1 \text{ kg}$)

Analyse des erreurs et des difficultés liées à la résolution de problèmes en lien avec la proportionnalité

	Maîtrise de la langue dans la résolution de problèmes	Procédures associées au traitement de situations de proportionnalité (en et hors contexte)
Difficultés	<ul style="list-style-type: none"> • Des difficultés liées à la compréhension, interprétation d'un énoncé • Des difficultés pour extraire l'information utile, dissociation des grandeurs • Des difficultés pour traduire en termes mathématiques un problème (« trois fois plus », « supplément », « ... € le kg ... » ...) 	<ul style="list-style-type: none"> • Maîtrise trop fragile de la notion de proportionnalité (somme/produit/quotient, linéarité) • Des difficultés pour utiliser le coefficient de proportionnalité
Remédiation	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Développement d'images mentales et de méthodes de modélisation ✓ Verbalisation, oralisation de la situation et de la question 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Déconstruction des automatismes erronés de traitement des situations de proportionnalité ✓ Automatismes relatifs à la complétion de tableaux de proportionnalité « bruts »

Parcours d'activités pour mieux réussir des problèmes avec des grandeurs proportionnelles

Objectif

Les activités proposées visent à lever les fragilités conceptuelles et procédurales associées aux situations de proportionnalité et à déconstruire des démarches automatisées erronées.

En s'appuyant sur différents modèles, l'objectif est de permettre à chaque élève, quel que soit son profil, de s'approprier des images mentales associées à la démarche de résolution d'un problème mettant en jeu des grandeurs proportionnelles, tout en développant une approche réflexive sur les procédures et méthodes à exploiter (Quoi ? Pourquoi ? Comment ?).

En commençant par traduire une situation proposée avec différentes représentations, puis en verbalisant les procédures engagées pour traiter la situation, l'élève pourra s'approprier les démarches et méthodes efficaces pour traiter une situation de proportionnalité dans n'importe quel contexte.

Modalités de travail : Parcours différencié à proposer lors de l'accompagnement personnalisé

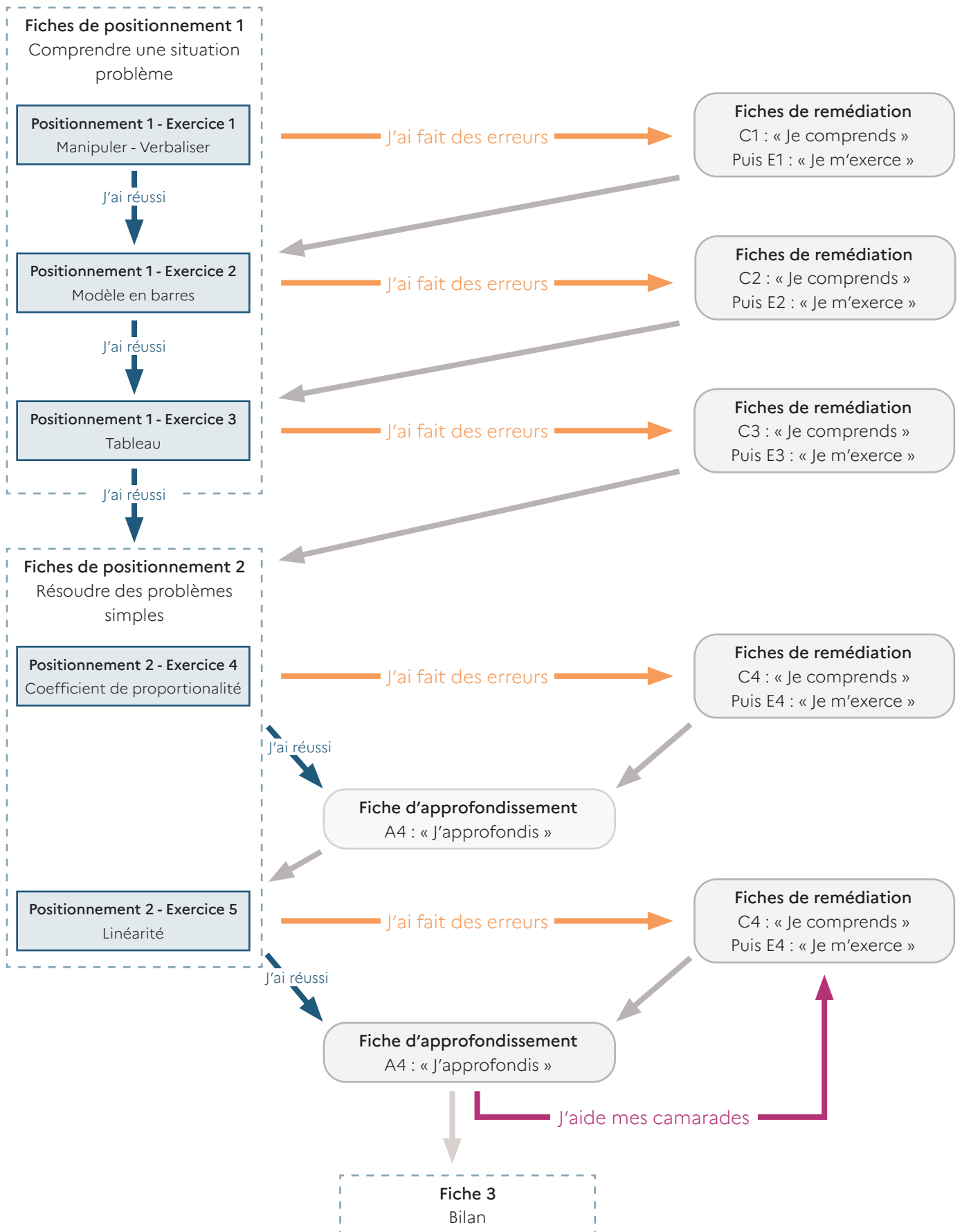
En classe, dans le cadre de l'AP, le professeur distribue un premier exercice de positionnement (QCM) et laisse chaque élève y répondre individuellement sous sa supervision. Selon le niveau de réussite de l'élève, un parcours adapté est alors proposé, composé de :

- fiches « Je comprends » (C) pour dépasser les difficultés identifiées par les fiches de positionnement
- fiches « Je m'exerce » (E) pour s'entraîner sur des exercices d'application directe ;
- fiches « J'approfondis » pour consolider les notions sur des exercices plus complexes.

L'ensemble des fiches « Je comprends » ont été conçues afin de privilégier l'autonomie de l'élève (« flashcards » avec correction au verso) et orienter l'accompagnement de l'enseignant selon les besoins exprimés.

En ce qui concerne les manipulations proposées dans la fiche C1, celles-ci nécessitent l'usage de matériel. On peut proposer l'usage de cubes emboîtables, de jetons, de pions, Pour favoriser une évolution dans les manipulations de l'élève, il est souhaitable de limiter à 40 pièces maximum le matériel distribué (de deux couleurs différentes et réparties équitablement).

Les fiches « Je m'exerce » (E2, E3, E4 et E5) ont été conçues afin de privilégier le travail collaboratif des élèves et ainsi stimuler la verbalisation des choix et des démarches qui sont effectués. Pour les fiches A4 et A5, les exercices sont organisés de façon à donner de l'autonomie aux élèves. Un aller-retour peut bien entendu être effectué entre les fiches « je m'exerce » et les fiches « je comprends » selon les besoins.



Ressources complémentaires

- Résoudre des problèmes de proportionnalité :
 - Cycle 3 : <https://eduscol.education.fr/document/16522/download>
(dossier complet : <https://eduscol.education.fr/document/16525/download>)
 - Cycle 4 : <https://eduscol.education.fr/document/17281/download>
(dossier complet : <https://eduscol.education.fr/document/17284/download>)
- Guide « la résolution de problèmes mathématiques au collège » : <https://eduscol.education.fr/document/13132/download?attachment>
- La proportionnalité au collège : https://cache.media.eduscol.education.fr/file/Programmes/17/4/doc_acc_clg_proportionnalite_109174.pdf
- Reconnaître et résoudre une situation de proportionnalité : <https://eduscol.education.fr/document/17056/download>
- Mathématiques et quotidien (ressources transversales) : <https://eduscol.education.fr/document/17206/download>
- Pour accompagner le tutorat
https://www.youtube-nocookie.com/embed/xCtDYrHclEQ?list=PLM-uQ68CqvO52n5rsFTJWM73-6lc_VVRI&autoplay=1&iv_load_policy=3&loop=1&modestbranding=1&start