

LES MATHÉMATIQUES DE L'ENSEIGNEMENT SCIENTIFIQUE LE RAYONNEMENT SOLAIRE

Mots-clés

Puissance solaire ; variation diurne ; variation saisonnière ; zonation climatique.

Références au programme

La Terre reçoit l'essentiel de son énergie du Soleil. Cette énergie conditionne la température de surface de la Terre et détermine climats et saisons. Elle permet la photosynthèse des végétaux et se transmet par la nutrition à d'autres êtres vivants.

Savoir

La puissance radiative reçue du Soleil par une surface plane est proportionnelle à l'aire de la surface et dépend de l'angle entre la normale à la surface et la direction du Soleil.

De ce fait, la puissance solaire reçue par unité de surface terrestre dépend :

- de l'heure (variation diurne) ;
- du moment de l'année (variation saisonnière) ;
- de la latitude (zonation climatique).

Savoir-faire

- Sur un schéma, identifier les configurations pour lesquelles la puissance reçue par une surface est maximale ou minimale.
- Analyser, interpréter et représenter graphiquement des données de températures. Calculer des moyennes temporelles de températures. Comparer des distributions temporelles de températures.

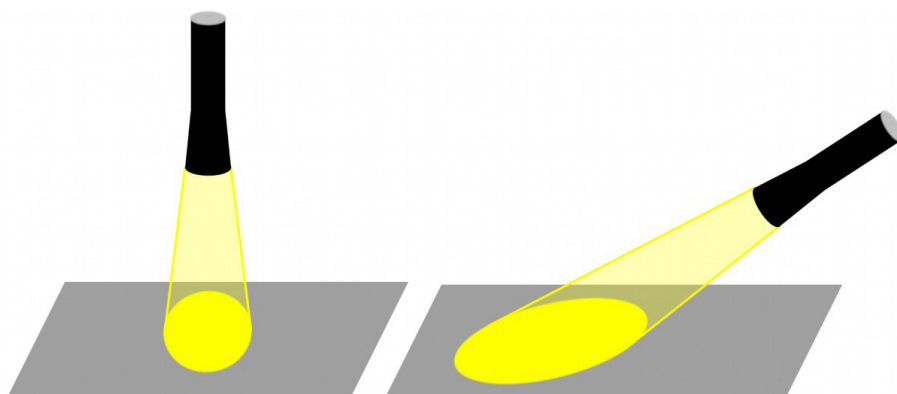
Notions mathématiques mobilisées

- Géométrie de la sphère.
- Repérage à la surface de la sphère.
- Relations angulaires dans le plan.
- Trigonométrie.

Les mathématiques et le rayonnement solaire

Rôle de l'inclinaison des rayons sur la surface éclairée

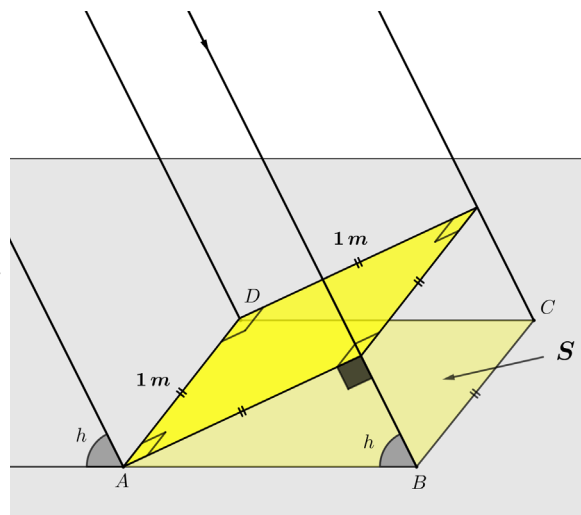
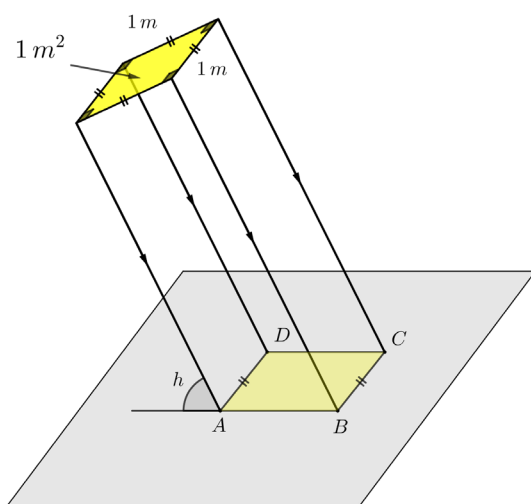
L'expérience consistant à déplacer une lampe de poche éclairant une feuille de papier posée sur une table permet de visualiser la variation de l'aire de la surface de la feuille éclairée en fonction de l'orientation de la lampe. Cette aire, minimale pour un éclairage perpendiculaire au plan de la feuille, augmente au fur et à mesure que l'éclairage devient de plus en plus rasant.



La trigonométrie permet de quantifier cette réalité en calculant l'aire de la surface éclairée par un faisceau lumineux assimilé à un parallélépipède rectangle de section 1 m^2 en fonction de l'angle entre les rayons lumineux supposés parallèles et le plan de la feuille.

La distance Terre-Soleil pouvant être considérée comme infiniment grande par rapport à toutes les longueurs mesurées à la surface de la Terre, on fait l'hypothèse que les rayons solaires arrivant à la surface de la Terre sont tous parallèles entre eux. En un point M de la surface terrestre, l'inclinaison des rayons solaires est alors caractérisée par un angle, appelé hauteur solaire et noté h_M . C'est l'angle aigu entre la direction des rayons solaires et le plan horizontal passant par M . Plus précisément, c'est l'angle complémentaire de l'angle entre la direction des rayons solaires et la verticale du point M (droite reliant le point M au centre de la Terre).

Dans ce qui suit, calculons l'aire de la surface éclairée par un faisceau solaire fonction de l'inclinaison h des rayons de ce faisceau par rapport à cette surface.



Retrouvez éduscol sur :



L'aire, en m^2 , de la surface au sol éclairée par le faisceau est égale à :

$$AB \times BC = AB \times 1 = AB.$$

$$\text{Or } \sin h = \frac{1}{AB}.$$

Donc l'aire de la surface éclairée, égale à $\frac{1}{\sin h}$, est d'autant plus petite que la hauteur h du Soleil est grande. Sa valeur minimale est atteinte pour $h = 90^\circ$, lorsque le Soleil est à la verticale du lieu.

La puissance radiative reçue du Soleil par unité de surface étant d'autant plus grande que la surface éclairée est petite, le calcul précédent prouve qu'elle augmente en même temps que la hauteur du Soleil.

Rôle des saisons et de la latitude sur la hauteur solaire

Cette partie étudie l'évolution de la hauteur du Soleil en fonction de la latitude et des saisons pour comprendre à la fois les variations saisonnières de températures et la zonation climatique.

Tournant sur elle-même une fois par jour, la Terre met une année pour effectuer sa révolution autour du Soleil (dont elle se situe à la distance moyenne de 150 millions de kilomètres), selon une trajectoire elliptique très proche d'un cercle. Le plan de cette trajectoire s'appelle le plan de l'écliptique. Si l'axe de rotation de la Terre était perpendiculaire au plan de l'écliptique, la durée du jour serait égale à celle de la nuit toute l'année en tout point de la surface de la Terre. Mais l'axe terrestre est incliné d'environ 23 degrés par rapport à la perpendiculaire au plan de l'écliptique (cet angle s'appelle l'obliquité). À de très petites variations près, cette inclinaison de l'axe terrestre peut être considérée constante au cours de la révolution de la Terre autour du Soleil. L'axe de rotation de la Terre gardant une direction fixe, la durée du jour dépend du lieu et de la position de la Terre sur son orbite (phénomène des saisons). Ainsi, de mars à septembre, la partie nord du globe voit le Soleil plus haut à midi dans le ciel que la partie sud. Le Soleil se lève plus tôt, se couche plus tard, et les jours sont de fait plus longs dans l'hémisphère nord que dans l'hémisphère sud où les rayons du Soleil, plus inclinés, éclairent une plus grande surface, distribuant donc moins de chaleur par unité de surface. Ces effets sont d'autant plus prononcés que la latitude de l'observateur est grande. À l'équateur, l'effet est faible, et la durée du jour et de la nuit ne varie presque pas. Aux pôles, l'effet est extrême, si bien que le jour et la nuit y durent six mois chacun.

D'un point de vue astronomique, quatre dates jouent un rôle particulier :

- lorsque le côté nord de l'axe de la Terre « penche » au maximum vers le Soleil, l'angle orienté entre les rayons solaires et le plan de l'équateur atteint sa valeur maximale ($+23^\circ 26' 13'' \approx 23,4^\circ$). C'est le solstice de juin, jour le plus long pour l'hémisphère Nord, dont la date varie entre le 20 et le 22 juin. Le Soleil à midi est au zénith du tropique du Cancer, qui a une latitude de $23^\circ 26' 13''$ Nord. C'est le jour le plus long de l'année pour l'hémisphère nord et le plus court de l'année pour l'hémisphère sud ;
- lorsque le côté sud de l'axe de la Terre « penche » au maximum vers le Soleil, l'angle orienté entre les rayons solaires et le plan de l'équateur atteint sa valeur minimale ($-23^\circ 26' 13''$). C'est le solstice de décembre, jour le plus court pour l'hémisphère nord, dont la date varie entre le 20 et le 22 décembre. Le Soleil à midi est au zénith du tropique du Capricorne, qui a une latitude de $23^\circ 26' 13''$ sud. C'est le jour le plus long de l'année pour l'hémisphère sud et le plus court de l'année pour l'hémisphère nord ;

Retrouvez éducol sur :

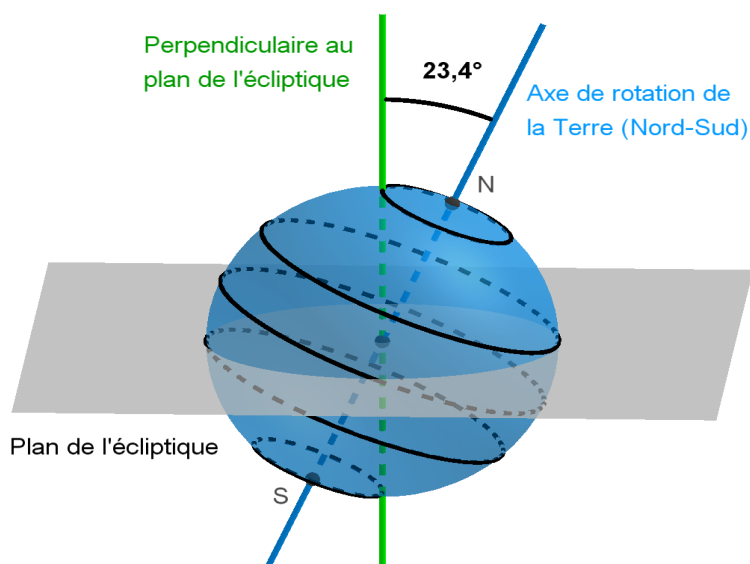


- les deux autres dates correspondent aux équinoxes de printemps (entre le 19 et le 21 mars) et d'automne (entre le 21 et le 24 septembre). L'axe se trouve alors dans un plan orthogonal à la direction des rayons solaires ; la durée des jours est égale à celle des nuits en tout point de la Terre. En tout point de l'équateur, le Soleil est au zénith à midi solaire. Les équinoxes sont les deux seules dates où les rayons solaires sont parallèles au plan équatorial.

En plus de l'Équateur et des Tropiques, deux cercles parallèles jouent un rôle particulier :

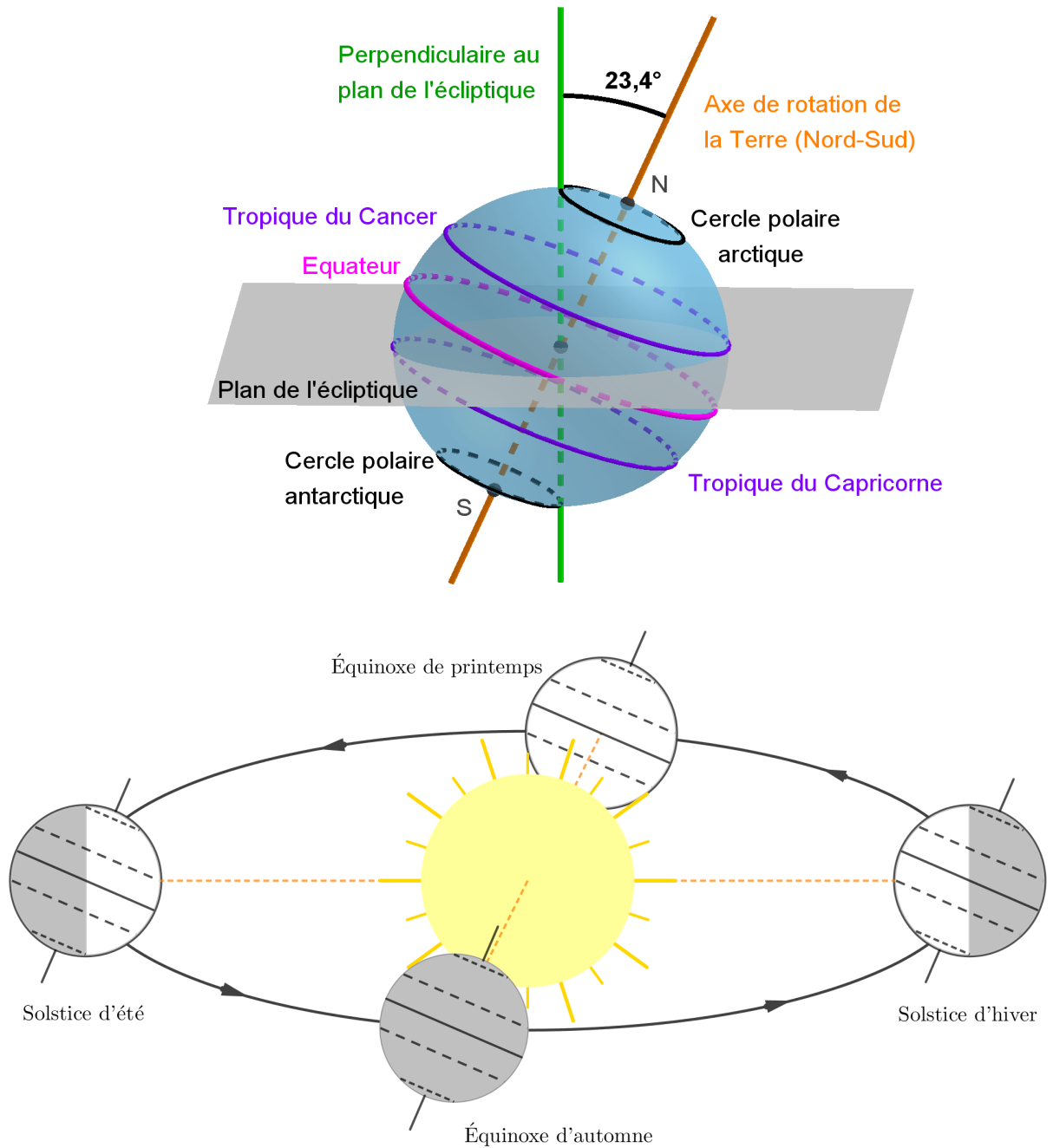
- le cercle polaire arctique et ;
- le cercle polaire antarctique.

Le cercle polaire arctique correspond à la latitude nord au-delà de laquelle il y a au moins une journée sans nuit et une journée sans jour pendant l'année. Les journées concernées se répartissent autour du solstice d'été et du solstice d'hiver. Au solstice de juin, les rayons solaires arrivent tangentiellement à la surface de la Terre en tout point du cercle arctique. Le cercle polaire arctique est le parallèle de latitude $66^{\circ} 53'$ Nord. Le cercle polaire antarctique est défini de manière similaire.



Retrouvez éduscol sur :

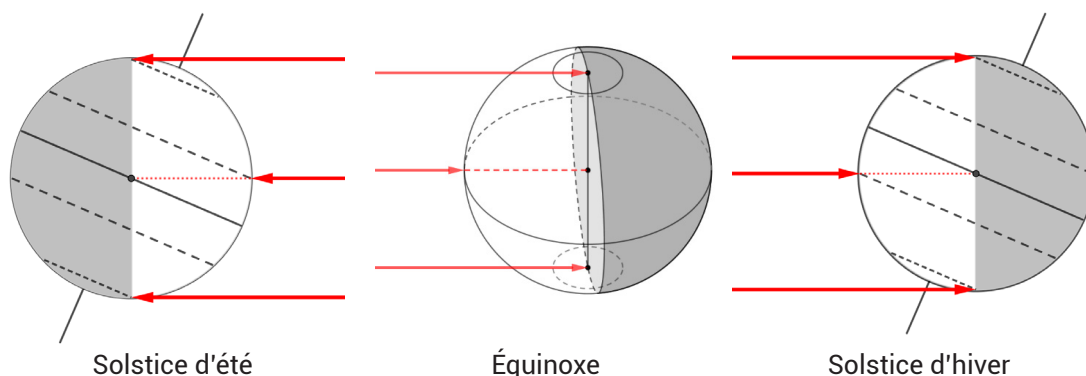




On notera, bien sûr, que le schéma précédent n'est pas réalisé à l'échelle.

Retrouvez éducol sur :





Vu de la Terre, le Soleil semble décrire un demi-cercle : il se lève à l'Est et se couche à l'Ouest. En un lieu donné, le midi solaire est l'instant de la journée où les rayons solaires indiquent la direction sud. C'est le moment de la journée où le Soleil semble être le plus haut dans le ciel.

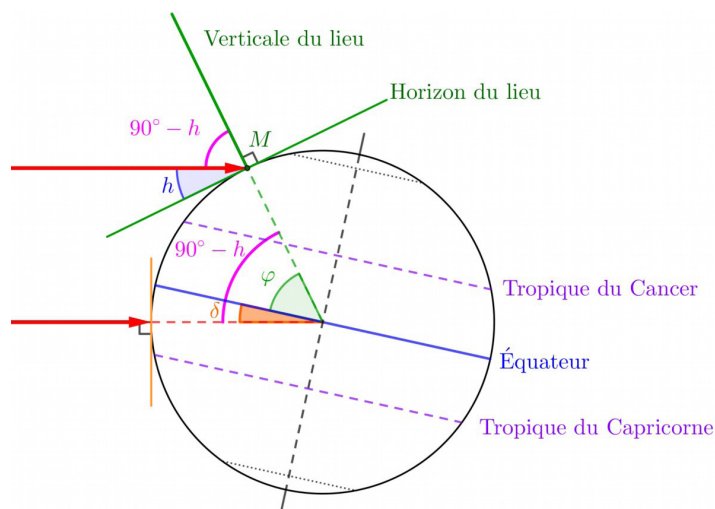
À une date quelconque, la déclinaison solaire δ est l'angle orienté entre le plan de l'équateur et les rayons solaires. Sa valeur dépend de l'inclinaison des rayons solaires par rapport à l'inclinaison de l'axe de la Terre, donc des saisons. Aux équinoxes, les rayons du Soleil sont parallèles au plan équatorial. La déclinaison est alors égale à zéro.

La valeur maximale de la déclinaison vaut $+ 23,45^\circ$. Elle correspond à la position du Soleil à midi solaire au solstice de juin en tout point du Tropique du Cancer (le soleil est alors au zénith).

La valeur minimale de la déclinaison vaut $- 23,45^\circ$. Elle correspond à la position du Soleil à midi solaire au solstice de décembre en tout point du Tropique du Capricorne (le soleil est alors au zénith).

La hauteur h du Soleil en un point de la surface de la Terre est définie comme étant l'angle aigu que forment, à midi solaire, les rayons solaires avec le plan de l'horizon.

Le dessin ci-dessous correspond à une déclinaison δ négative et à un point M situé dans l'hémisphère Nord.



Retrouvez éduscol sur :

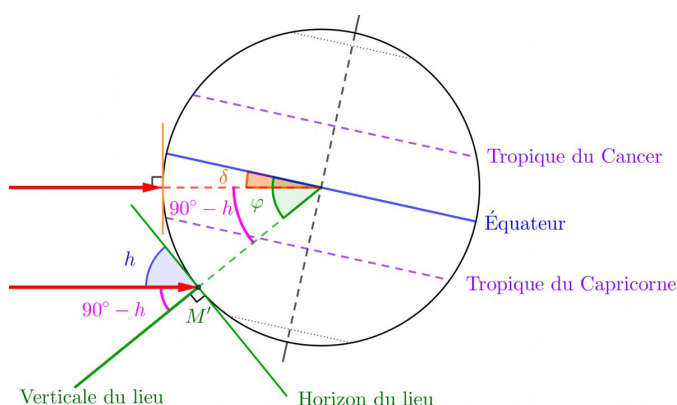


Un raisonnement sur les angles permet de montrer qu'au point M de latitude Nord égale à φ , la hauteur h_M du Soleil vérifie l'égalité :

$$\varphi = 90^\circ - h_M - |\delta|.$$

$$\text{Donc } h_M = 90^\circ - \varphi - |\delta|.$$

Un calcul similaire montre qu'au point M' de l'hémisphère Sud, ayant φ pour latitude sud et au même moment $\varphi = 90^\circ - h_{M'} + |\delta|$. Donc $h_{M'} = 90^\circ - \varphi + |\delta|$. On vérifie bien que le Soleil est plus haut dans le ciel en M' qu'en M.



Illustrations

Télécharger deux animations GeoGebra © intitulées « [Étalement d'un pinceau de lumière à la surface de la Terre](#) » et « [Puissance reçue par unité de surface – modèle discret](#) ».

La première a pour but de montrer qu'un pinceau cylindrique de lumière en provenance du Soleil s'étale à la surface de la Terre et que cet étalement dépend de la latitude (déplacement Nord-Sud) mais aussi de l'heure de la journée (en se déplaçant vers l'Est ou l'Ouest). Pour cela, déplacer les points rouges et tourner la Terre. N.B. les rayons solaires sont perpendiculaires à la surface du globe au niveau de l'équateur, cette situation est un équinoxe.

La seconde discrétise la situation réelle. Ce nombre de points par unité de surface donne une idée de la variation de puissance reçue par unité de surface selon la latitude et l'heure de la journée. Cette animation est composée de plusieurs boutons :

- « Initialiser » pour initialiser la vue ;
- « Densité des rayons » pour varier le nombre de rayons par unité de surface ;
- « Points » pour faire apparaître une grille de particules (une par rayon) comme des photons
- « Projeter » pour projeter la grille de points à la surface de la Terre ;
- « zone d'aire constante » pour faire apparaître un cercle de rayon fixe à la surface de la Terre et calculer le nombre de points qui à l'intérieur de cette zone.

Retrouvez éducol sur :



Propositions d'activités

Activité 1

À quelle période de l'année correspond une déclinaison positive ?

Pour une déclinaison solaire positive, produire les schémas analogues à ceux qui figurent ci-dessus et relier la hauteur solaire, la déclinaison et la latitude.

Activité 2 : moyennes de températures

Une question fréquemment posée est de savoir si des données météorologiques récentes sont conformes aux températures calculées sur une période de référence.

La température moyenne saisonnière est définie comme la moyenne des températures mensuelles au cours des quatre saisons. Chaque saison correspond à trois mois consécutifs :

- printemps : les mois de mars, avril, mai ;
- été : les mois de juin, juillet, août ;
- automne : les mois de septembre, octobre, novembre ;
- hiver : les mois de décembre, janvier, février. Pour l'année n , l'hiver comprend le mois de décembre de l'année n et les mois de janvier et de février de l'année $n + 1$.

Pour un lieu donné, les températures de référence sont obtenues en calculant les moyennes de températures qui peuvent être mensuelles ou saisonnières sur une période de 30 ans.

Pour Météo-France, la période de référence s'étale entre 1981 et 2010.

La moyenne des moyennes saisonnières sur la durée de référence s'appelle la normale saisonnière.

Les données du fichier intitulé « [normales_saison.xls](#) » correspondent aux moyennes mensuelles des températures minimales enregistrées dans différentes villes ou lieux français (Ajaccio, Besançon, Biarritz, Cap de la Hève, Grenoble, île de Groix, Montpellier, Paris, Strasbourg).

Choisir un lieu donné pour lequel tous les calculs seront effectués.

1. Pour la période de référence 1981-2010, calculer et représenter graphiquement à l'aide d'un tableur :
 - les moyennes de températures minimales pour chacun des douze mois de l'année ;
 - les normales saisonnières.
2.
 - 2.1. Pour l'année 2016 ou pour la dernière année pour laquelle les données sont disponibles, calculer les moyennes saisonnières.
 - 2.2. Représenter graphiquement ces résultats et les comparer aux normales saisonnières.
3. Calculer au tableur et représenter graphiquement les écarts entre les températures mensuelles relevées en 2016 et les moyennes des températures mensuelles sur la période 1981-2010. Interpréter ces résultats.
4. Calculer au tableur et représenter graphiquement les écarts entre les moyennes saisonnières en 2016 et les normales saisonnières. Interpréter ces résultats.

Retrouvez éduscol sur :



Sitographie

- Site de [Météo France](#). Météo France propose une rubrique dédiée à l'[enseignement](#). Cette rubrique propose, par exemple une activité expérimentale pour [expliquer les saisons](#).
- Site de [données gouvernementales](#).
- Pour obtenir les données climatiques pour les villes du monde entier : [Climate-date.org](#).
- Futura Sciences : [Position et mouvement de la Terre autour du Soleil](#).
- Site [European Climate Assessment & Dataset](#).

Retrouvez éduscol sur :

