Syntaxe, sémantique et arguments philosophiques

Joseph Vidal-Rosset

Département de philosophie
Archives Henri Poincaré - UMR 7117 du CNRS
Université de Lorraine
91 bd Libération, 54000 Nancy
France

Syntaxe

Définition 1.1

La syntaxe d'un langage $\mathcal{L}$ est l'ensemble des règles qui permettent de *décider* si un énoncé dans $\mathcal{L}$ est correctement formé.

Exemple 1.1 (Langage formel)

- $(((A \rightarrow B) \rightarrow A) \rightarrow A)$

Exemple 1.1 (Langage formel)

- $(((A \to B) \to A) \to A)$: formule syntaxiquement correcte dans le langage formel du calcul propositionnel.

Exemple 1.1 (Langage formel)

- $(((A \to B) \to A) \to A)$: formule syntaxiquement correcte dans le langage formel du calcul propositionnel.
- $(((A \to B) \to A) \to A$

Exemple 1.1 (Langage formel)

- $(((A \to B) \to A) \to A)$: formule syntaxiquement correcte dans le langage formel du calcul propositionnel.
- $(((A \to B) \to A) \to A$ contient une faute syntaxique (absence de la dernière parenthèse).

Exemple 1.1 (Langage formel)

- $(((A \to B) \to A) \to A)$: formule syntaxiquement correcte dans le langage formel du calcul propositionnel.
- $(((A \to B) \to A) \to A$ contient une faute syntaxique (absence de la dernière parenthèse).
- $A \to B \to A \to A$

Exemple 1.1 (Langage formel)

- $(((A \to B) \to A) \to A)$: formule syntaxiquement correcte dans le langage formel du calcul propositionnel.
- $(((A \to B) \to A) \to A$ contient une faute syntaxique (absence de la dernière parenthèse).
- $A \to B \to A \to A$ syntaxiquement ambiguë, sauf si l'on précise que le conditionnel est, par convention, associatif à droite, la formule étant alors équivalente à $(A \to (B \to (A \to A)))$.

Exemple 1.2

- « , ?- tu en Je ! parle te 'm tu entends » est syntaxiquement incorrect.

Exemple 1.1 (Langage formel)

- $(((A \to B) \to A) \to A)$: formule syntaxiquement correcte dans le langage formel du calcul propositionnel.
- $(((A \to B) \to A) \to A$ contient une faute syntaxique (absence de la dernière parenthèse).
- $A \to B \to A \to A$ syntaxiquement ambiguë, sauf si l'on précise que le conditionnel est, par convention, associatif à droite, la formule étant alors équivalente à $(A \to (B \to (A \to A)))$.

Exemple 1.2

- « , ?- tu en Je ! parle te 'm tu entends » est syntaxiquement incorrect.
- « Aboli bibelot d'inanité sonore » n'est pas syntaxiquement incorrect,

mais étrange du point de vue sémantique.

Sémantique

Définition 1.2

La sémantique d'un langage est sa théorie de la signification qui indique ce que les termes du vocabulaire signifient et comment la signification des énoncés dépend de la signification des termes. (Bonevac, 2003, pp. 46–47)

Sémantique

Définition 1.2

La sémantique d'un langage est sa théorie de la signification qui indique ce que les termes du vocabulaire signifient et comment la signification des énoncés dépend de la signification des termes. (Bonevac, 2003, pp. 46–47)

Exemple 1.3

La sémantique de la logique du 1^er^ ordre est une *double interprétation* : interprétation des formules par les énoncés du langage ordinaire que ce langage formalise (signification) et interprétation de ces mêmes formules par les valeurs de vérité que sont le vrai et le faux (référence).

Argument

Définition 1.3 (Argument)

Un argument est la déduction d'une *conclusion* à partir d'un ensemble fini de *prémisses*.

Argument

Définition 1.3 (Argument)

Un argument est la déduction d'une *conclusion* à partir d'un ensemble fini de *prémisses*.

Exemple 1.4 (Argument dans le langage ordinaire)

Liliane est la sœur de Patrick, Patrick est le frère de Sylvie et, *par conséquent*, Liliane est la sœur de Sylvie.

Argument

Définition 1.3 (Argument)

Un argument est la déduction d'une *conclusion* à partir d'un ensemble fini de *prémisses*.

Exemple 1.4 (Argument dans le langage ordinaire)

Liliane est la sœur de Patrick, Patrick est le frère de Sylvie et, *par conséquent*, Liliane est la sœur de Sylvie.

Remarque 1.1

La validité de l'argument précédent dépend des conséquences logiques des relations « sœur de » et « frère de ».

Qu'est-ce qu'un argument *philosophique* ?

Qu'est-ce qu'un argument *philosophique* ?

- Les arguments philosophiques sont une partie importante des résultats de l'activité philosophique, comme en témoigne la liste d'arguments philosophiques dans l'histoire de la philosophie, depuis par exemple l'argument du troisième homme jusqu'aux développements sur l'argument publié par Evans (1978) contre la thèse de l'identité vague.

Qu'est-ce qu'un argument *philosophique* ?

- Les arguments philosophiques sont une partie importante des résultats de l'activité philosophique, comme en témoigne la liste d'arguments philosophiques dans l'histoire de la philosophie, depuis par exemple l'argument du troisième homme jusqu'aux développements sur l'argument publié par Evans (1978) contre la thèse de l'identité vague.
- Mais une liste d'exemples ne suffit pas à rendre intelligible ce qui fait la spécificité des arguments philosophiques.

Qu'est-ce qu'un argument *philosophique* ?

- Les arguments philosophiques sont une partie importante des résultats de l'activité philosophique, comme en témoigne la liste d'arguments philosophiques dans l'histoire de la philosophie, depuis par exemple l'argument du troisième homme jusqu'aux développements sur l'argument publié par Evans (1978) contre la thèse de l'identité vague.
- Mais une liste d'exemples ne suffit pas à rendre intelligible ce qui fait la spécificité des arguments philosophiques.
- La réponse à la question « Qu'est-ce qu'un argument philosophique ? » devrait permettre

Qu'est-ce qu'un argument *philosophique* ?

- Les arguments philosophiques sont une partie importante des résultats de l'activité philosophique, comme en témoigne la liste d'arguments philosophiques dans l'histoire de la philosophie, depuis par exemple l'argument du troisième homme jusqu'aux développements sur l'argument publié par Evans (1978) contre la thèse de l'identité vague.
- Mais une liste d'exemples ne suffit pas à rendre intelligible ce qui fait la spécificité des arguments philosophiques.
- La réponse à la question « Qu'est-ce qu'un argument philosophique ? » devrait permettre
  1. d'identifier le caractère *philosophique* d'un argument,

Qu'est-ce qu'un argument *philosophique* ?

- Les arguments philosophiques sont une partie importante des résultats de l'activité philosophique, comme en témoigne la liste d'arguments philosophiques dans l'histoire de la philosophie, depuis par exemple l'argument du troisième homme jusqu'aux développements sur l'argument publié par Evans (1978) contre la thèse de l'identité vague.
- Mais une liste d'exemples ne suffit pas à rendre intelligible ce qui fait la spécificité des arguments philosophiques.
- La réponse à la question « Qu'est-ce qu'un argument philosophique ? » devrait permettre
  1. d'identifier le caractère *philosophique* d'un argument,
  2. de juger de la valeur de l'argument en question.

Définition 2.1 (Conséquence syntaxique)

Une conclusion C déduite d'un ensemble Δ de prémisses est une *conséquence syntaxique* de Δ si et seulement s'il existe une preuve que les règles de formation des prémisses permettent aussi la déduction de C.

Définition 2.1 (Conséquence syntaxique)

Une conclusion C déduite d'un ensemble Δ de prémisses est une *conséquence syntaxique* de Δ si et seulement s'il existe une preuve que les règles de formation des prémisses permettent aussi la déduction de C.

Exemple 2.1

$$A \wedge B \vdash B \vee A \tag{1}$$

Définition 2.1 (Conséquence syntaxique)

Une conclusion C déduite d'un ensemble Δ de prémisses est une *conséquence syntaxique* de Δ si et seulement s'il existe une preuve que les règles de formation des prémisses permettent aussi la déduction de C.

Exemple 2.1

$$A \wedge B \vdash B \vee A \tag{1}$$

Les prémisses contiennent la conclusion

La preuve de (1) est $\dfrac{\dfrac{A \wedge B}{B}\,\wedge E, r}{B \vee A}\,\vee I, l$

or la prémisse est une conjonction qui est introduite (c'est-à-dire formée) avec l'assertion de B, comme le montre la déduction anormale suivante :

$$\dfrac{\dfrac{\dfrac{A \qquad B}{A \wedge B}\,\wedge I}{B}\,\wedge E, r}{B \vee A}\,\vee I, l$$

Définition 2.2 (Propriété de la sous-formule)

Corollaire du théorème de Gentzen (1935) : si le séquent $\Gamma \vdash \Delta$ est démontrable, alors une dérivation normale de ce séquent (en déduction naturelle, une déduction normale est une déduction sans détours) ne fait usage que des sous-formules (c'est-à-dire des composants) des formules de Γ et de Δ. (David et al., 2004, p. 215)

Définition 2.2 (Propriété de la sous-formule)

Corollaire du théorème de Gentzen (1935) : si le séquent $\Gamma \vdash \Delta$ est démontrable, alors une dérivation normale de ce séquent (en déduction naturelle, une déduction normale est une déduction sans détours) ne fait usage que des sous-formules (c'est-à-dire des composants) des formules de Γ et de Δ. (David et al., 2004, p. 215)

Proposition 2.1

En raison de la propriété de la sous-formule, toute preuve en logique du 1er ordre qui fait usage de la déduction naturelle (ou du calcul des séquents) est analytique.

Définition 2.2 (Propriété de la sous-formule)

Corollaire du théorème de Gentzen (1935) : si le séquent $\Gamma \vdash \Delta$ est démontrable, alors une dérivation normale de ce séquent (en déduction naturelle, une déduction normale est une déduction sans détours) ne fait usage que des sous-formules (c'est-à-dire des composants) des formules de Γ et de Δ. (David et al., 2004, p. 215)

Proposition 2.1

En raison de la propriété de la sous-formule, toute preuve en logique du 1er ordre qui fait usage de la déduction naturelle (ou du calcul des séquents) est analytique.

Remarque 2.2

Gentzen (1935) a donné une démonstration syntaxique de l'affirmation selon laquelle la nature de la logique est l'*analyticité* et la *cohérence*.

- *La science et l'hypothèse* (Poincaré, 2015, ch. 1) : la logique est analytique et donc n'ajoute rien aux vérités des axiomes ou prémisses.

- *La science et l'hypothèse* (Poincaré, 2015, ch. 1) : la logique est analytique et donc n'ajoute rien aux vérités des axiomes ou prémisses.
- Distinguer vérité nouvelle et vérité déductible mais non déduite : la première est produite à partir d'une modification des axiomes ou des prémisses, la seconde s'explique en raison de la complexité des inférences possibles.

- *La science et l'hypothèse* (Poincaré, 2015, ch. 1) : la logique est analytique et donc n'ajoute rien aux vérités des axiomes ou prémisses.
- Distinguer vérité nouvelle et vérité déductible mais non déduite : la première est produite à partir d'une modification des axiomes ou des prémisses, la seconde s'explique en raison de la complexité des inférences possibles.

Exemple 2.2

- La comparaison des axiomes de Descartes (*Secondes réponses aux objections*) aux Définitions et axiomes donnés par Spinoza dans l'*Éthique* I *devrait* contenir la différence et l'opposition des arguments.

- *La science et l'hypothèse* (Poincaré, 2015, ch. 1) : la logique est analytique et donc n'ajoute rien aux vérités des axiomes ou prémisses.
- Distinguer vérité nouvelle et vérité déductible mais non déduite : la première est produite à partir d'une modification des axiomes ou des prémisses, la seconde s'explique en raison de la complexité des inférences possibles.

Exemple 2.2

- La comparaison des axiomes de Descartes (*Secondes réponses aux objections*) aux Définitions et axiomes donnés par Spinoza dans l'*Éthique* I *devrait* contenir la différence et l'opposition des arguments.
- Axiomes et définitions sont évidemment du côté de la sémantique, non de la syntaxe.

- *La science et l'hypothèse* (Poincaré, 2015, ch. 1) : la logique est analytique et donc n'ajoute rien aux vérités des axiomes ou prémisses.
- Distinguer vérité nouvelle et vérité déductible mais non déduite : la première est produite à partir d'une modification des axiomes ou des prémisses, la seconde s'explique en raison de la complexité des inférences possibles.

Exemple 2.2

- La comparaison des axiomes de Descartes (*Secondes réponses aux objections*) aux Définitions et axiomes donnés par Spinoza dans l'*Éthique* I *devrait* contenir la différence et l'opposition des arguments.
- Axiomes et définitions sont évidemment du côté de la sémantique, non de la syntaxe.

Conjecture 1

La logique serait donc l'invariant des arguments : le même système déductif nécessaire dans tous les arguments.

- *La science et l'hypothèse* (Poincaré, 2015, ch. 1) : la logique est analytique et donc n'ajoute rien aux vérités des axiomes ou prémisses.
- Distinguer vérité nouvelle et vérité déductible mais non déduite : la première est produite à partir d'une modification des axiomes ou des prémisses, la seconde s'explique en raison de la complexité des inférences possibles.

Exemple 2.2

- La comparaison des axiomes de Descartes (*Secondes réponses aux objections*) aux Définitions et axiomes donnés par Spinoza dans l'*Éthique* I *devrait* contenir la différence et l'opposition des arguments.
- Axiomes et définitions sont évidemment du côté de la sémantique, non de la syntaxe.

Conjecture 1

La logique serait donc l'invariant des arguments : le même système déductif nécessaire dans tous les arguments.

On sait aujourd'hui que cette conjecture est fausse.

Le Principe de Tolérance (Carnap)

Le Principe de Tolérance (Carnap)

Carnap (2002) achève sur ces mots son explication du Principe de Tolérance en matière de Syntaxe :

> *En logique, pas de morale. Chacun a la liberté de construire comme il l'entend sa logique [plus exactement, son propre système de logique], c'est-à-dire sa propre forme de langage. Cependant, s'il souhaite en discuter, la seule chose que l'on exige de lui est qu'il établisse clairement ses méthodes [de preuve], qu'il donne ses règles syntaxiques et non des arguments philosophiques.(Carnap, 2002, p. 52)*

Le Principe de Tolérance au niveau du calcul propositionnel

Le Principe de Tolérance au niveau du calcul propositionnel

- Logique *minimale* de Johansson (1937) :

$$\nvdash_m \bot \to A$$

$\bot$ étant traité comme un constante *non logique*.

Le Principe de Tolérance au niveau du calcul propositionnel

- Logique *minimale* de Johansson (1937) :

$$\nvdash_m \bot \rightarrow A$$

  $\bot$ étant traité comme un constante *non logique*.

- Logique intuitionniste dite de Heyting (1956) :

$$\vdash_i \bot \rightarrow A$$

Le Principe de Tolérance au niveau du calcul propositionnel

- Logique *minimale* de Johansson (1937) :

$$\nvdash_m \bot \to A$$

$\bot$ étant traité comme un constante *non logique*.

- Logique intuitionniste dite de Heyting (1956) :

$$\vdash_i \bot \to A$$

$$\nvdash_i \neg\neg A \to A$$

Le Principe de Tolérance au niveau du calcul propositionnel

- Logique *minimale* de Johansson (1937) :

$$\nvdash_m \bot \to A$$

$\bot$ étant traité comme un constante *non logique*.

- Logique intuitionniste dite de Heyting (1956) :

$$\vdash_i \bot \to A$$

$$\nvdash_i \neg\neg A \to A$$

$$\nvdash_i \neg A \vee A$$

- Logique classique

$$\vdash_c \neg\neg A \to A$$

Le Principe de Tolérance au niveau du calcul propositionnel

- Logique *minimale* de Johansson (1937) :

$$\nvdash_m \bot \to A$$

$\bot$ étant traité comme un constante *non logique*.

- Logique intuitionniste dite de Heyting (1956) :

$$\vdash_i \bot \to A$$

$$\nvdash_i \neg\neg A \to A$$

$$\nvdash_i \neg A \vee A$$

- Logique classique

$$\vdash_c \neg\neg A \to A$$

$$\vdash_c \neg A \vee A$$

Questions philosophiques, positions philosophiques

Questions philosophiques, positions philosophiques

- Tennant (2017) : « Quelle est la *logique fondamentale* ou *logique de base* ? »

Questions philosophiques, positions philosophiques

- Tennant (2017) : « Quelle est la *logique fondamentale* ou *logique de base* ? »
- Question rejetée par Carnap au nom du Principe de Tolérance, d'où la critique de Vuillemin (2000) :

  > *En rejetant les conflits [philosophiques] dans le fatras des pseudo-problèmes, [la position de Carnap] mutile l'histoire des mathématiques. C'est à lui de faire la preuve de l'homogénéité des axiomes de la théorie des ensembles, contraire à l'apparence du formalisme dans la pratique courante, et à justifier une tolérance si notoirement absente des débats qui mettent aux prises les mathématiciens sur leur activité.*

Questions philosophiques, positions philosophiques

- Tennant (2017) : « Quelle est la *logique fondamentale* ou *logique de base* ? »
- Question rejetée par Carnap au nom du Principe de Tolérance, d'où la critique de Vuillemin (2000) :

  > *En rejetant les conflits [philosophiques] dans le fatras des pseudo-problèmes, [la position de Carnap] mutile l'histoire des mathématiques. C'est à lui de faire la preuve de l'homogénéité des axiomes de la théorie des ensembles, contraire à l'apparence du formalisme dans la pratique courante, et à justifier une tolérance si notoirement absente des débats qui mettent aux prises les mathématiciens sur leur activité.*

- Contrairement au pragmatisme, une position philosophique authentique implique le choix d'un système logique qui soit *cohérent* avec ce choix.

Questions philosophiques, positions philosophiques

- Tennant (2017) : « Quelle est la *logique fondamentale* ou *logique de base* ? »
- Question rejetée par Carnap au nom du Principe de Tolérance, d'où la critique de Vuillemin (2000) :

  > *En rejetant les conflits [philosophiques] dans le fatras des pseudo-problèmes, [la position de Carnap] mutile l'histoire des mathématiques. C'est à lui de faire la preuve de l'homogénéité des axiomes de la théorie des ensembles, contraire à l'apparence du formalisme dans la pratique courante, et à justifier une tolérance si notoirement absente des débats qui mettent aux prises les mathématiciens sur leur activité.*

- Contrairement au pragmatisme, une position philosophique authentique implique le choix d'un système logique qui soit *cohérent* avec ce choix.Par exemple : un intuitionniste ne peut pas affirmer un argument sur la base d'une preuve qui nécessite l'usage de la logique classique.

Questions philosophiques, positions philosophiques

- Tennant (2017) : « Quelle est la *logique fondamentale* ou *logique de base* ? »
- Question rejetée par Carnap au nom du Principe de Tolérance, d'où la critique de Vuillemin (2000) :

  > *En rejetant les conflits [philosophiques] dans le fatras des pseudo-problèmes, [la position de Carnap] mutile l'histoire des mathématiques. C'est à lui de faire la preuve de l'homogénéité des axiomes de la théorie des ensembles, contraire à l'apparence du formalisme dans la pratique courante, et à justifier une tolérance si notoirement absente des débats qui mettent aux prises les mathématiciens sur leur activité.*

- Contrairement au pragmatisme, une position philosophique authentique implique le choix d'un système logique qui soit *cohérent* avec ce choix.Par exemple : un intuitionniste ne peut pas affirmer un argument sur la base d'une preuve qui nécessite l'usage de la logique classique.
- Le libre choix d'un système logique : ni arbitraire, ni motivé de manière purement pragmatique.

La philosophie est de nature polémique

La philosophie est de nature polémique

- Selon Vuillemin (1984) la philosophie est essentiellement polémique.

La philosophie est de nature polémique

- Selon Vuillemin (1984) la philosophie est essentiellement polémique.
- Selon la classification de Vuillemin (1984), les polémiques fondamentales sont ontologiques.

La philosophie est de nature polémique

- Selon Vuillemin (1984) la philosophie est essentiellement polémique.
- Selon la classification de Vuillemin (1984), les polémiques fondamentales sont ontologiques. Elles relèvent donc de la *sémantique*, non de la syntaxe.

La philosophie est de nature polémique

- Selon Vuillemin (1984) la philosophie est essentiellement polémique.
- Selon la classification de Vuillemin (1984), les polémiques fondamentales sont ontologiques. Elles relèvent donc de la *sémantique*, non de la syntaxe.
- On ne peut adopter ni des axiomes ni des règles que l'on récuse pour ses propres arguments,

La philosophie est de nature polémique

- Selon Vuillemin (1984) la philosophie est essentiellement polémique.
- Selon la classification de Vuillemin (1984), les polémiques fondamentales sont ontologiques. Elles relèvent donc de la *sémantique*, non de la syntaxe.
- On ne peut adopter ni des axiomes ni des règles que l'on récuse pour ses propres arguments, par conséquent un argument est d'autant plus *fort* que la logique sur laquelle il repose est *faible*.

La philosophie est de nature polémique

- Selon Vuillemin (1984) la philosophie est essentiellement polémique.
- Selon la classification de Vuillemin (1984), les polémiques fondamentales sont ontologiques. Elles relèvent donc de la *sémantique*, non de la syntaxe.
- On ne peut adopter ni des axiomes ni des règles que l'on récuse pour ses propres arguments, par conséquent un argument est d'autant plus *fort* que la logique sur laquelle il repose est *faible*. La logique minimale étant une partie propre de la logique intuitionniste, celle-ci étant à son tour une partie propre de la logique classique, un argument fondé uniquement sur la logique minimale est plus logiquement plus solide.

Mérites et limites de l'analyse logique des arguments philosophiques

Mérites et limites de l'analyse logique des arguments philosophiques

- Un argument est *valide* si et seulement s'il serait contradictoire de supposer sa conclusion fausse tout en admettant que ses prémisses sont vraies (Lepage, 2010, p. 2).

Mérites et limites de l'analyse logique des arguments philosophiques

- Un argument est *valide* si et seulement s'il serait contradictoire de supposer sa conclusion fausse tout en admettant que ses prémisses sont vraies (Lepage, 2010, p. 2).
- En logique du 1er ordre, si un argument valide, alors il est toujours *syntaxiquement* prouvable.

Mérites et limites de l'analyse logique des arguments philosophiques

- Un argument est *valide* si et seulement s'il serait contradictoire de supposer sa conclusion fausse tout en admettant que ses prémisses sont vraies (Lepage, 2010, p. 2).
- En logique du 1er ordre, si un argument valide, alors il est toujours *syntaxiquement* prouvable.
- L'absence de preuve syntaxique en logique du 1er ordre suffit à rendre l'argument *douteux* (raison : semi-décidabilité de la logique du 1er ordre).

Exemple 4.1

Si l'*Éthique* de Spinoza est démonstrative, alors il devrait être possible de vérifier la validité syntaxique de chacune de ses propositions. (I.I-XI Formalisation en Coq)

Exemple 4.1

Si l'*Éthique* de Spinoza est démonstrative, alors il devrait être possible de vérifier la validité syntaxique de chacune de ses propositions. (I.I-XI Formalisation en Coq)

Exemple 4.2

L'argument logico-théologique d'Anselme (selon lequel Dieu qui est tel que rien de plus grand ne peut être pensé existe nécessairement) est *valide*, mais n'est valide qu'en logique *classique*.

Exemple 4.1

Si l'*Éthique* de Spinoza est démonstrative, alors il devrait être possible de vérifier la validité syntaxique de chacune de ses propositions. (I.I-XI Formalisation en Coq)

Exemple 4.2

L'argument logico-théologique d'Anselme (selon lequel Dieu qui est tel que rien de plus grand ne peut être pensé existe nécessairement) est *valide*, mais n'est valide qu'en logique *classique*.

Exemple 4.3

La première preuve (« par les effets ») de l'existence de Dieu que Descartes donne dans la *Méditation troisième* est *valide* en logique *intuitionniste* (Vidal-Rosset, 2020, pp. 221–227), résultat qui s'accorde avec la classification de Vuillemin.

Remarque 4.1

L'analyse logique des arguments philosophiques appartient à la perspective *internaliste* de l'histoire de la philosophie, en un sens fort : une critique de l'argument de Descartes, ne sera pertinente que si et seulement si elle se fonde sur le doute méthodologique et l'ordre des raisons.

Remarque 4.1

L'analyse logique des arguments philosophiques appartient à la perspective *internaliste* de l'histoire de la philosophie, en un sens fort : une critique de l'argument de Descartes, ne sera pertinente que si et seulement si elle se fonde sur le doute méthodologique et l'ordre des raisons.

- La première preuve par les effets est déductivement valide et logiquement adéquate avec l'intuitionnisme. ✓

Remarque 4.1

L'analyse logique des arguments philosophiques appartient à la perspective *internaliste* de l'histoire de la philosophie, en un sens fort : une critique de l'argument de Descartes, ne sera pertinente que si et seulement si elle se fonde sur le doute méthodologique et l'ordre des raisons.

- La première preuve par les effets est déductivement valide et logiquement adéquate avec l'intuitionnisme. ✓
- La preuve repose cependant sur le paralogisme de la substantialité (Kant, 2006, 360–416) en rupture avec la méthode du doute radical.

Proposition 5.1

Les arguments sont des preuves ou bien des réfutations.

Proposition 5.1

Les arguments sont des preuves ou bien des réfutations.

Proposition 5.2

Une preuve est décisive si et seulement s'il est impossible de la réfuter.

Proposition 5.1

Les arguments sont des preuves ou bien des réfutations.

Proposition 5.2

Une preuve est décisive si et seulement s'il est impossible de la réfuter.

Proposition 5.3

La conséquence d'une preuve en faveur d'une théorie est la conservation de celle-ci.

Proposition 5.1

Les arguments sont des preuves ou bien des réfutations.

Proposition 5.2

Une preuve est décisive si et seulement s'il est impossible de la réfuter.

Proposition 5.3

La conséquence d'une preuve en faveur d'une théorie est la conservation de celle-ci.

Proposition 5.4

Une réfutation est décisive si et seulement si elle parvient à démontrer que la théorie réfutée implique une absurdité.

Proposition 5.1

Les arguments sont des preuves ou bien des réfutations.

Proposition 5.2

Une preuve est décisive si et seulement s'il est impossible de la réfuter.

Proposition 5.3

La conséquence d'une preuve en faveur d'une théorie est la conservation de celle-ci.

Proposition 5.4

Une réfutation est décisive si et seulement si elle parvient à démontrer que la théorie réfutée implique une absurdité.

Proposition 5.5

La conséquence d'une réfutation est le rejet ou bien la modification de la théorie réfutée.

Exemple 5.1 (Exemple d'une réfutation)

Exemple 5.1 (Exemple d'une réfutation)

Le paradoxe de Russell ruine le principe d'abstraction de la théorie naïve des ensembles selon lequel existe un ensemble x qui est celui de tous les y qui satisfont n'importe quelle propriété ou attribut A.

Exemple 5.1 (Exemple d'une réfutation)

Le paradoxe de Russell ruine le principe d'abstraction de la théorie naïve des ensembles selon lequel existe un ensemble x qui est celui de tous les y qui satisfont n'importe quelle propriété ou attribut A. Russell démontre que la propriété de ne pas être élément de soi-même infirme le principe d'abstraction :

Exemple 5.1 (Exemple d'une réfutation)

Le paradoxe de Russell ruine le principe d'abstraction de la théorie naïve des ensembles selon lequel existe un ensemble x qui est celui de tous les y qui satisfont n'importe quelle propriété ou attribut A. Russell démontre que la propriété de ne pas être élément de soi-même infirme le principe d'abstraction :

Théorème 5.1

$$\exists y \forall x (\neg Axx \leftrightarrow (x \in y)) \vdash \bot \qquad \text{(Abstraction)}$$

Exemple 5.1 (Exemple d'une réfutation)

Le paradoxe de Russell ruine le principe d'abstraction de la théorie naïve des ensembles selon lequel existe un ensemble x qui est celui de tous les y qui satisfont n'importe quelle propriété ou attribut A. Russell démontre que la propriété de ne pas être élément de soi-même infirme le principe d'abstraction :

Théorème 5.1

$$\exists y \forall x (\neg Axx \leftrightarrow (x \in y)) \vdash \bot \qquad \text{(Abstraction)}$$

Démonstration.

$$\dfrac{\exists y \forall x((x \notin x) \leftrightarrow (x \in y)) \qquad \overset{1}{\forall x((x \notin x) \leftrightarrow (x \in a))}}{\dfrac{\dfrac{\forall x((x \notin x) \leftrightarrow (x \in a))}{(a \notin a) \leftrightarrow (a \in a)}\,\forall E}{\bot}}\,\exists E1$$

□

Exemple 5.2 (Exemple d'une preuve)

Les théorèmes de complétude et d'incomplétude de Gödel prouvent respectivement que la logique du 1er ordre est complète et que toute théorie T qui contient l'arithmétique formelle de Peano est incomplète, puisqu'il est possible de définir *syntaxiquement* dans T au moins un énoncé qui, si T est cohérent, doit à la fois être vrai mais improuvable dans T.

Exemple 5.2 (Exemple d'une preuve)

Les théorèmes de complétude et d'incomplétude de Gödel prouvent respectivement que la logique du 1er ordre est complète et que toute théorie T qui contient l'arithmétique formelle de Peano est incomplète, puisqu'il est possible de définir *syntaxiquement* dans T au moins un énoncé qui, si T est cohérent, doit à la fois être vrai mais improuvable dans T.

Remarque 5.6

Le théorème d'incomplétude de Gödel a évidemment des conséquences en théorie de la démonstration. Il trace une frontière entre logique du 1er ordre et mathématiques et *réfute* le logicisme historique de Frege et Russell qui soutenait que la mathématique est réductible à la logique.

Exemple 5.3

L'argument formulé par Evans (1978) réduit à l'absurde la thèse de l'identité vague entre deux objets :

Exemple 5.3

L'argument formulé par Evans (1978) réduit à l'absurde la thèse de l'identité vague entre deux objets :

1. Il n'existe aucun x tel que x est vaguement identique à x.

Exemple 5.3

L'argument formulé par Evans (1978) réduit à l'absurde la thèse de l'identité vague entre deux objets :

1. Il n'existe aucun x tel que x est vaguement identique à x.
2. Supposer l'existence d'une une relation d'identité vague entre a et b, implique que le valeur de vérité de $a = b$ est indéfinie.

Exemple 5.3

L'argument formulé par Evans (1978) réduit à l'absurde la thèse de l'identité vague entre deux objets :

1. Il n'existe aucun x tel que x est vaguement identique à x.
2. Supposer l'existence d'une une relation d'identité vague entre a et b, implique que le valeur de vérité de $a = b$ est indéfinie.
3. Mais $(a \neq b)$ est logiquement déductible de ces prémisses et donc la valeur de vérité de $a = b$ est le faux, en contradiction avec la supposition précédente.

$$\neg\exists x \nabla(x = x), \nabla(a = b) \vdash \neg(a = b) \tag{2}$$

$$\neg\exists x \nabla(x = x), \nabla(a = b) \vdash \neg(a = b) \tag{2}$$

Démonstration.

$$\dfrac{\dfrac{\neg\exists x\nabla(x=x) \qquad \dfrac{\dfrac{\nabla(a=b) \qquad \overset{1}{a=b}}{\nabla(a=a)}\,\textit{Repl.}}{\exists x\nabla(x=x)}\,\exists I}{\bot}\,\neg E}{\neg(a=b)}\,\neg I, 1$$

$\square$

Vérification par programme

```
  joseph@mx:~/MEGA/Prouveurs/FLiP-1.2$ flip_K
>>> from Evans import Evans
>>> check_proof(Evans)
Evans                      (0)  Given
~Ex.R(x,x)                 (1)  Given
|R(a,b)                    (2)  Assumption
||a = b                    (3)  Assumption
||R(b,b)                   (4)  Substitution (3) (2)
||Ex.R(x,x)                (5)  E-Introduction (4)
||F                        (6)  Contradiction (5) (1)
|~(a = b)                  (7)  Reductio Ad Absurdum (3) (6)
True
>>>
```

Vérification par programme

```
  joseph@mx:~/MEGA/Prouveurs/FLiP-1.2$ flip_K
>>> from Evans import Evans
>>> check_proof(Evans)
Evans                     (0)  Given
~Ex.R(x,x)                (1)  Given
|R(a,b)                   (2)  Assumption
||a = b                   (3)  Assumption
||R(b,b)                  (4)  Substitution (3) (2)
||Ex.R(x,x)               (5)  E-Introduction (4)
||F                       (6)  Contradiction (5) (1)
|~(a = b)                 (7)  Reductio Ad Absurdum (3) (6)
True
>>>
```

La preuve syntaxique qui précède est *irréfutable* : la réflexivité et le remplacement sont les règles de la logique des prédicats avec égalité (Negri and Plato, 2011, p. 35) ; si l'on suppose une identité entre *a* et *b*, alors toute relation existante entre *a* et *b* doit être réflexive. Par conséquent, si l'on suppose l'existence d'une relation irréflexive entre *a* et *b*, alors il est absurde d'affirmer que *a* est identique à *b*.

- Un argument est philosophique s'il est fondamental, c'est-à-dire si sa signification (sa partie sémantique) concerne notre représentation du monde ou avec notre rapport au monde.

- Un argument est philosophique s'il est fondamental, c'est-à-dire si sa signification (sa partie sémantique) concerne notre représentation du monde ou avec notre rapport au monde.
- Si un argument philosophique est déductivement valide, alors il doit être théoriquement possible d'en donner une preuve syntaxique.

- Un argument est philosophique s'il est fondamental, c'est-à-dire si sa signification (sa partie sémantique) concerne notre représentation du monde ou avec notre rapport au monde.
- Si un argument philosophique est déductivement valide, alors il doit être théoriquement possible d'en donner une preuve syntaxique.
- Il est illusoire d'attendre de toute preuve syntaxique qu'elle soit universellement admissible (l'intuitionniste rejettera les preuves valides uniquement en logique classique).

- Un argument est philosophique s'il est fondamental, c'est-à-dire si sa signification (sa partie sémantique) concerne notre représentation du monde ou avec notre rapport au monde.
- Si un argument philosophique est déductivement valide, alors il doit être théoriquement possible d'en donner une preuve syntaxique.
- Il est illusoire d'attendre de toute preuve syntaxique qu'elle soit universellement admissible (l'intuitionniste rejettera les preuves valides uniquement en logique classique).
- Il est tout aussi illusoire de penser qu'il est possible de réfuter un système de philosophie authentique, ceux-ci résistent aux arguments (qui sont particuliers ou locaux), tout comme aux révolutions ou inventions scientifiques (Vuillemin, 1986, p. 132).

Bonevac, D. (2003). *Deduction, Introductory Symbolic Logic*. Blackwell Pub., Malden, MA, U.S.A.

Carnap, R. (2002).
The Logical Syntax of Language.
Open Court Publishing Co ,U.S., Chicago, Ill, new ed edition.

David, R., Nour, K., and Raffalli, C. (2004).
Introduction à la logique : théorie de la démonstration.
Dunod, Paris.

Evans, G. (1978).
Can There Be Vague Objects ?
Analysis, 38(4) :208.
Reproduced in *Collected Papers*, pp. 176–177,(1985).

Gentzen, G. (1935).
Untersuchungen über das logische Schließen. II.
Mathematische Zeitschrift, 39 :405–431.

Heyting, A. (1956).
Intuitionism : An Introduction.
Studies in Logic and the Foundations of Mathematics (Book 17). North Holland Publishing Company, 1 edition.

Johansson, I. (1937).
Der Minimalkalkül, ein reduzierter intuitionistischer Formalismus.
Compositio Mathematica, 4 :119–136.

Kant, E. (2006).
Critique de la raison pure.
Flammarion, impr. 2006, Paris, France.

Lepage, F. (2010).
Eléments de logique contemporaine.
Presses de l'Université de Montréal, 3e édition revue et augmentée edition.

Negri, S. and Plato, J. v. (2011).
Proof Analysis : A Contribution to Hilbert's Last Problem.
Cambridge, U.K., U.S.A.

Poincaré, H. (2015).
La Science et l'Hypothèse.
CreateSpace Independent Publishing Platform.

Tennant, N. (2017).
Core Logic.
Oxford University Press, 1 edition.

Vidal-Rosset, J. (2020).
Anselme et Descartes, deux arguments logico-théologiques.
Revista de Filosofia Moderna e Contemporânea, page 17.
00000.

Vuillemin, J. (1984).
Nécessité ou contingence : l'aporie de Diodore et les systèmes philosophiques.
Ed. de Minuit, Paris.

Vuillemin, J. (1986).
What Are Philosophical Systems ?
Cambridge University Press, first edition edition.

Vuillemin, J. (2000).
Formalisme et réflexion philosophique.
Bulletin de la société française de philosophie, 94(3).