



# MATHÉMATIQUES

## Section d'un cube et dénombrement

### COMPOSANTE(S) DU SOCLE COMMUN

- D1-3** | Comprendre, s'exprimer en utilisant les langages mathématiques, scientifiques et informatiques
- D4** | Les systèmes naturels et les systèmes techniques

### ELEMENTS SIGNIFIANTS DU DOMAINE 1-3 (DESCRIPTEURS)

- Utiliser le calcul littéral (produire une expression littérale)
- Utiliser [...] des représentations d'objet (utiliser et produire des représentations de solides)

### ELEMENTS SIGNIFIANTS DU DOMAINE 4 (DESCRIPTEURS)

Mener une démarche scientifique, résoudre un problème (*mettre en œuvre un raisonnement logique simple ; modéliser et représenter des phénomènes et des objets ; communiquer sur ses démarches, ses résultats et ses choix, en argumentant*)

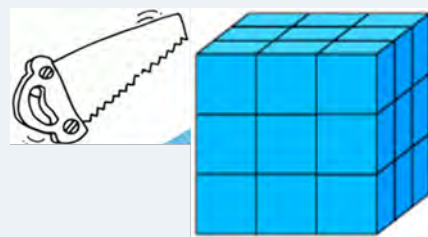
### CONNAISSANCES ET COMPETENCES DE MATHÉMATIQUES ASSOCIÉES

- **Nombres et calculs :**  
Utiliser le calcul littéral pour prouver un résultat général, pour valider ou réfuter une conjecture.
- **Espace et géométrie :**  
Utiliser, produire et mettre en relation des représentations de solides et de situations spatiales. Développer sa vision de l'espace.

### ÉNONCÉ

On dispose d'un cube en bois. On le plonge dans de la peinture bleue et on attend qu'il sèche. On le partage alors en petits cubes tous identiques en donnant des coups de scie parallèlement à ses faces.

Exprimer, en fonction du nombre de coups de scie donnés sur chaque arête, le nombre de petits cubes obtenus selon le nombre de leurs faces peintes.



*D'après une proposition d'activité extraite du livre « Se former pour enseigner les mathématiques », Bordas.*

## Analyse a priori des obstacles potentiels

- Obstacle 1 : l'élève ne parvient pas à mettre en place une stratégie de résolution
- Obstacle 2 : l'élève a des difficultés à voir dans l'espace
- Obstacle 3 : l'élève ne parvient pas à modéliser la situation par une expression littérale

## Proposition de déroulé

Une séquence d'accompagnement personnalisé doit être conçue pour permettre à chaque élève d'en tirer profit quelles que soient ses acquisitions antérieures et ses compétences. Cela suppose que l'enseignant mette en place une différenciation pédagogique tenant compte des obstacles potentiels. La différenciation peut porter sur la forme de la consigne, le matériel à disposition, les aides fournies et la production attendue. L'enseignant évitera les dérives de sur-étayage qui le conduirait à faire à la place de l'élève.

MODALITÉS DE TRAVAIL	OBJECTIFS	POSTURES DE L'ENSEIGNANT <sup>1</sup>	POSTURES DE L'ÉLÈVE <sup>2</sup>
Collectif (5 min)	Présentation des modalités de travail et de l'objectif final.	<i>Contrôle</i> L'enseignant explicite le cadre de travail.	<i>Scolaire</i> L'élève essaie de comprendre ce qui est attendu de lui.
Individuel (15 min)	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Lecture silencieuse de la consigne par les élèves</li> <li>• Premières interprétations</li> <li>• Premières recherches</li> </ul>	<i>Lâcher prise</i> L'enseignant laisse les élèves <b>s'approprier</b> la situation et <b>commencer leurs premières recherches</b> . Sans intervenir, il se déplace dans la classe pour <b>observer</b> les productions de ses élèves.	<i>Première ou Réflexive</i> L'élève <b>s'engage</b> dans la tâche, tâtonne sur des essais plus ou moins concluants. Une posture de refus peut se manifester également.
Collectif (10 min)	Échange entre élèves sur la compréhension de la consigne.	<i>Médiation</i> L'enseignant régule les échanges entre les élèves. <b>À ce stade, l'objectif n'est pas de dégager des stratégies de résolution.</b>	<i>Réflexive</i> L'élève prend conscience de sa compréhension de la consigne et de ce qu'il a à accomplir.
Individuel et/ou en îlot (environ 1h)	Accompagnement des élèves selon leurs besoins. <b>Voir les propositions ci-dessous (modalités de différenciation pédagogique)</b>	<i>Accompagnement ou Enseignement ou Contrôle</i> Durant cette phase, l'enseignant va aider individuellement ou collectivement les groupes d'élèves. <b>Il vérifie notamment la bonne compréhension</b> de la situation par tous les élèves à travers leur reformulation.	<i>Réflexive ou Ludique-créative</i> Les activités des élèves varient selon le parcours que le professeur leur propose (consigne adaptée, manipulation, traitement de cas particuliers, etc.).
Individuel et/ou en îlot (45 min)	Traitement du problème	<i>Lâcher prise</i> L'enseignant se contente de répondre aux questions qui lui sont posées.	<i>Réflexive et Scolaire</i> L'élève revient à la tâche demandée en prenant sur les précédentes étapes de son parcours.
Collectif (25 min)	Institutionnalisation	<i>Contrôle et Enseignement</i> L'enseignant sollicite les élèves et intervient lui-même pour que soit progressivement construite la trace écrite.	<i>Réflexive et Scolaire</i> Les élèves participent à l'élaboration d'une solution.

Retrouvez Éduscol sur



<sup>1</sup> Au sens de Dominique Bucheton : <http://neo.ens-lyon.fr/neo/formation/analyse/les-postures-enseignantes> et <https://asp.revues.org/1656#tocto2n4>

<sup>2</sup> Au sens de Dominique Bucheton : <http://neo.ens-lyon.fr/neo/formation/analyse/les-postures-eleves>

## Modalités de différenciation pédagogique

### Nouvelle consigne (traitement d'un cas particulier)

On coupe le grand cube en donnant **deux** coups de scie parallèlement aux plans des faces ; chaque arête est alors découpée en trois segments de même longueur.

- a. Combien obtient-on de petits cubes ?
- b. Combien de faces peintes en bleu les petits cubes peuvent-ils avoir ?
- c. On classe les petits cubes en fonction du nombre de leurs faces peintes en bleu. Combien y en a-t-il de cubes dans chaque catégorie ?

On pourra ensuite particulariser avec trois ou quatre coups de scie avant de passer au cas général.

### Pistes pour aider à surmonter les obstacles

Des objets sont mis à disposition :

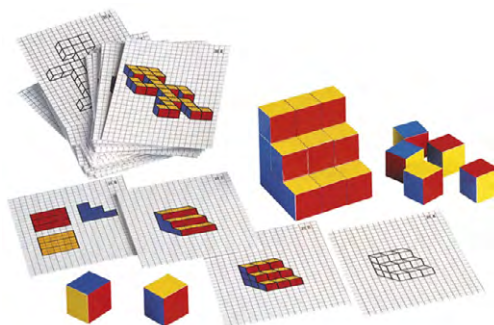
- Un cube transparent et un feutre effaçable
- Un Rubik's cube



- Un cube de mousse florale



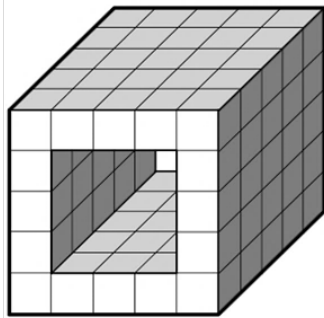
- Les cubes du jeu « Structuro »



Retrouvez Éduscol sur



- Un cube évidé<sup>3</sup> (en représentation cavalière)



## Éléments pouvant figurer dans la trace écrite

On distingue :

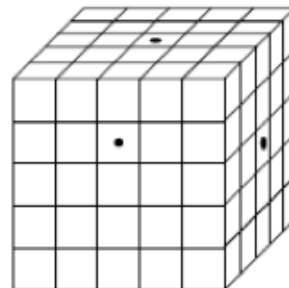
- Les petits cubes situés « aux coins » du grand cube (plus rigoureusement les petits cubes qui ont un sommet commun avec le grand cube) : ils ont **3 faces bleues** et **il y en a 8** quel que soit le nombre de coups de scie. On reconnaît 8 comme étant le nombre de sommets du grand cube.
- Les petits cubes situés sur une arête du grand cube mais pas « aux coins » (plus rigoureusement les petits cubes qui ont une arête incluse dans une arête du grand cube mais pas de sommet commun avec le grand cube) : ils ont **2 faces bleues**. **Il y en a  $12(n - 2)$** . On reconnaît 12 comme étant le nombre d'arêtes du cube.
- Les petits cubes qui sont sur une face du grand cube mais pas sur une arête (plus rigoureusement les petits cubes qui ont une face incluse dans une face du grand cube mais pas d'arête incluse dans une arête du grand cube) : ils ont **une seule face bleue**. Il y en a  **$6(n - 2)^2$** . On reconnaît 6 comme étant le nombre de faces du cube.
- Les petits cubes dont aucune face n'est incluse dans une face du grand cube : ils n'ont **aucune face bleue**. Il y en a  **$(n - 2)^3$** .

On vérifiera sur les cas particuliers que la somme totale  $8 + 12(n - 2) + 6(n - 2)^2 + (n - 2)^3$  est égale au nombre total de petits cubes ( $n^3$ ).

## Prolongements

- Pour prolonger un travail sur la vision dans l'espace, on peut proposer la situation suivante. **Consigne<sup>4</sup>** : J'ai construit ce cube avec des petits cubes. Avec ma perceuse, je perce ce cube de part en part, suivant le modèle.

Combien de petits cubes sont percés ?

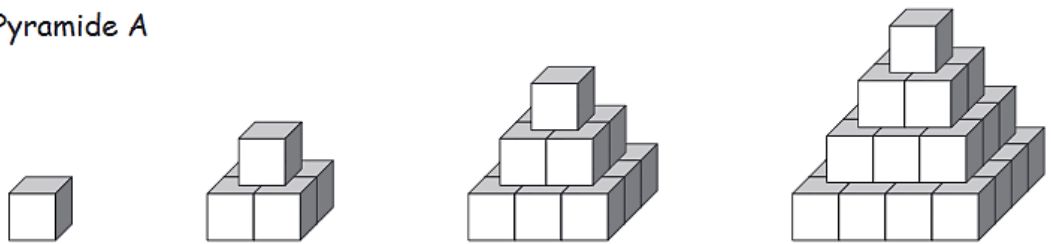


- Pour prolonger un travail sur l'utilisation du calcul littéral pour modéliser une situation générique, on peut proposer les situations suivantes ou se référer à la ressource d'accompagnement des programmes « [le calcul littéral – cycle 4](#) ».

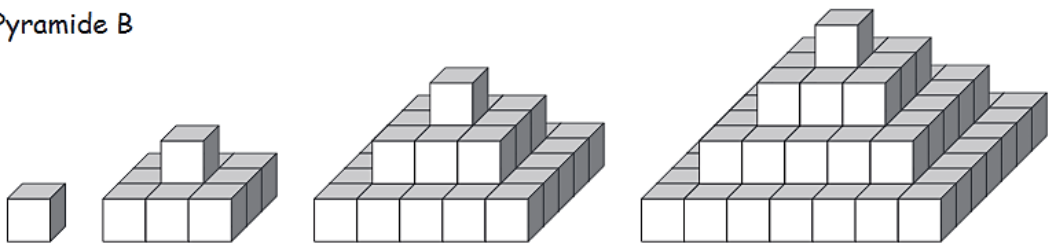
- Un empilement respectant un algorithme<sup>5</sup> :

Combien de petits cubes sont nécessaires pour construire ces pyramides ? Si l'on continue la construction, combien de petits cubes seraient nécessaires pour obtenir des pyramides ayant 8 petits cubes de hauteur ?

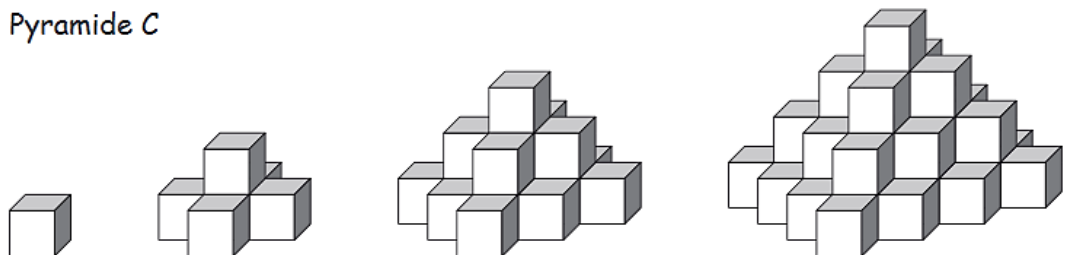
Pyramide A



Pyramide B

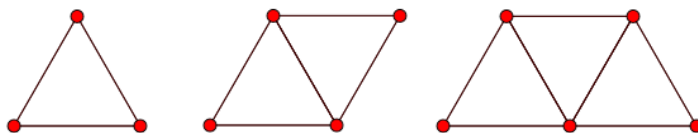


Pyramide C



- Produire une formule :

Avec des allumettes, on construit des triangles en respectant le modèle ci-dessous.



1. Combien faut-il d'allumettes pour réaliser un triangle ? Reprendre la question pour 2 triangles, 4 triangles, 10 triangles, puis 30 triangles.
2. Soit  $n$  le nombre de triangles construits. Déterminer une formule, en fonction de  $n$ , qui donne le nombre d'allumettes nécessaires pour construire  $n$  triangles.
3. Si on utilise 2 017 allumettes, combien de triangles peut-on construire ?

Retrouvez Éduscol sur



5. Situation provenant de l'I.R.E.M. de Paris Nord : [http://www-irem.univ-paris13.fr/site\\_spip/spip.php?article364](http://www-irem.univ-paris13.fr/site_spip/spip.php?article364)