

TESTER LA RELATION DE CONJUGAISON

Lors de cette séance les élèves testent expérimentalement la relation de conjugaison. (Tester la loi ne signifie pas établir une loi).

Prérequis / repères de progressivité

Programme de la classe de seconde : variabilité de la mesure d'une grandeur physique, notion d'écart-type et d'incertitude-type, écriture d'un résultat.

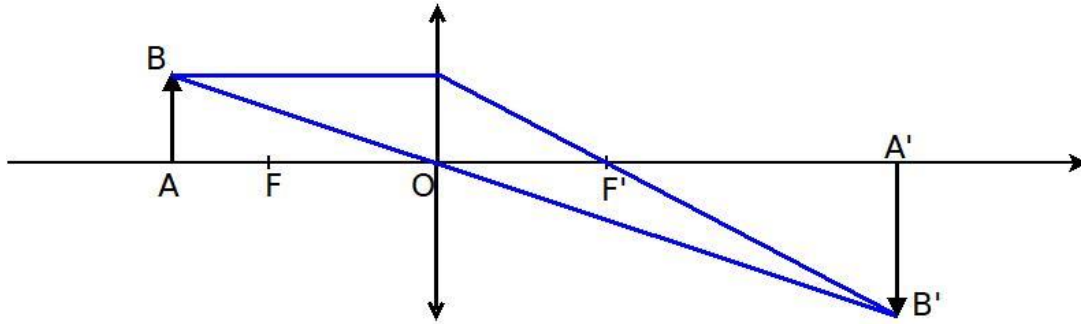
Références à la partie « Mesure et incertitudes » du programme

Notions et contenus	Capacités exigibles
Incertitude-type.	Définir qualitativement une incertitude-type.
Écriture du résultat. Valeur de référence.	Écrire, avec un nombre adapté de chiffres significatifs, le résultat d'une mesure.

Description de l'activité proposée aux élèves

Le professeur peut contextualiser cette séance sur la situation de son choix (latitude de mise au point d'un appareil photo par exemple). Les éléments de contextualisation ne sont pas l'objet du présent document qui centre son analyse sur l'exploitation des données expérimentales obtenues par les élèves.

Lors de cette séance, les élèves disposent d'un banc d'optique sur lequel ils peuvent disposer une lentille mince convergente dont la distance focale est connue (éventuellement déterminée lors de la séance d'activité découverte des incertitudes de type B), une lampe munie d'un objet lumineux et un écran.



Le professeur donne aux élèves la relation de conjugaison et énonce le travail à effectuer :

Relation de conjugaison

$$\frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{OF'}$$

Travail à effectuer

Proposer un protocole permettant de réaliser une série de mesures, puis de tracer un graphique afin de tester la relation de conjugaison.

Qu'entend-on par tester une loi ?

Les élèves sont tout d'abord amenés à réaliser une série de mesures. Ils analysent ensuite leurs résultats expérimentaux et concluent quant à la compatibilité ou la non compatibilité entre leurs mesures au laboratoire et la loi testée. Le professeur peut aider les élèves dans la conception du protocole expérimental en fonction du niveau de sa classe. **Les mesures effectuées par les élèves ne pourront en aucun cas déterminer si la loi testée est juste ou fausse.** Les élèves pourront simplement dire si leur résultats expérimentaux mettent en évidence un désaccord avec la loi testée, dans ce cas les résultats expérimentaux ne sont pas compatibles avec la loi testée. Cette conclusion aboutit à la remise en cause du protocole expérimental choisi pour tester la loi.

Si aucun désaccord significatif n'est mis en évidence, alors les résultats sont compatibles avec la loi testée.

Dans ce document, l'exploitation des résultats de mesures peut être proposée **individuelle** ou **collectivement**.

Exploitation individuelle des résultats de mesure

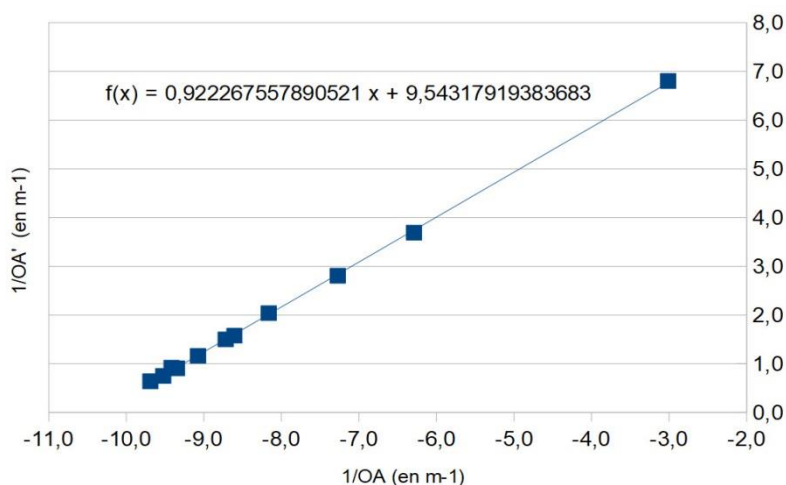
Chaque groupe d'élèves place la lampe à une extrémité du banc d'optique. On note A la position de l'objet lumineux sur l'axe optique. Les élèves placent l'écran (on note A' sa position). Ils positionnent enfin la lentille afin d'observer l'image de l'objet lumineux sur l'écran. On note O la position de la lentille. L'écran est de nouveau déplacé et la lentille repositionnée afin de visualiser l'image sur l'écran. L'opération est répétée une dizaine de fois, afin de tracer $\frac{1}{OA'}$ en fonction de $\frac{1}{OA}$ à l'aide d'un logiciel tableur-grapheur.

Résultats expérimentaux

Exemple de mesures réalisées pour un groupe d'élèves

A	O	A'	$1/\overline{OA}$	$1/\overline{OA'}$
0,287	0,394	1,497	-9,346	0,907
0,287	0,390	1,953	-9,690	0,640
0,287	0,392	1,723	-9,524	0,751
0,287	0,393	1,483	-9,416	0,918
0,287	0,397	1,258	-9,074	1,162
0,287	0,403	1,038	-8,606	1,577
0,287	0,410	0,900	-8,163	2,039
0,287	0,619	0,766	-3,012	6,803
0,287	0,446	0,717	-6,289	3,690
0,287	0,402	1,069	-8,718	1,500
0,287	0,425	0,781	-7,273	2,805

Ce qui conduit au graphique suivant :



Analyse des résultats

Les élèves doivent ensuite analyser leurs résultats. La démarche peut être la suivante :

1. La série de mesures est-elle compatible avec le modèle affine proposé ?
2. Si oui, la pente et l'ordonnée à l'origine sont-elles compatibles avec les valeurs attendues de la relation de conjugaison ?

Pour répondre à la première question, l'utilisation du coefficient de corrélation n'est pas le plus pertinent. La signification précise de cet indicateur est subtile et ne peut être expliquée en classe de Première. À ce niveau d'enseignement on peut simplement inviter les élèves à expliciter ce qu'ils voient :

« Les points expérimentaux semblent bien aléatoirement placés autour de la droite de modélisation. Le choix d'un modèle affine semble pertinent. »

La valeur attendue pour la pente est 1 selon la relation de conjugaison à tester. Pour savoir si la pente obtenue est compatible avec 1, on peut utiliser les fonctionnalités disponibles sur la plupart des logiciels tableurs-grapheurs qui permettent de connaître la pente avec son incertitude-type.

Dans un tableur comme LibreOffice par exemple, c'est la fonction DROITEREG qui fournit cette information.

Pente = 0,92227... ordonnée à l'origine = 9,543... m^{-1}

$u(\text{pente}) = 0,00575...$ $u(\text{ordonnée à l'origine}) = 0,0478... m^{-1}$

Étude de la pente

Ainsi, la pente expérimentale est de 0,92227... avec une incertitude-type de 0,00575.... Si on ne dispose que de la valeur de la pente on est tenté de conclure que 0,92227 est « proche » de 1. Mais qu'entend-on par « proche » ? **Deux valeurs peuvent être compatibles si la différence entre la valeur expérimentale et la valeur de référence est de l'ordre de l'incertitude-type.**

Le groupe d'élèves ayant réalisé ces mesures peut formuler sa conclusion de la manière suivante :

« La modélisation affine aboutie à une pente de 0,922 avec une incertitude-type de 0,006. La relation de conjugaison testée prévoit une pente de 1. La pente obtenue est significativement différente de 1 car la différence entre la pente de la droite de modélisation et la valeur attendue est grande devant l'incertitude-type associée à la pente. On en conclut que nos résultats expérimentaux ne sont pas compatibles avec la loi testée. »

Étude de l'ordonnée à l'origine

On peut tester l'ordonnée à l'origine (notée $o.o$) obtenue avec cette série de mesure (plus délicat).

La fonction DROITEREG indique que l'ordonnée à l'origine vaut 9,543... m^{-1} avec une incertitude-type de 0,0478... m^{-1} . La valeur de référence, prévue par la relation de conjugaison est $1/f'$. La distance focale de la lentille a été déterminée expérimentalement avant la séance : $f'_{exp} = 9,5$ cm.

On constate donc que $o.o - \frac{1}{f'_{exp}} = 0,98 m^{-1} \gg u(o.o)$

Le groupe d'élèves ayant réalisé ces mesures peut formuler sa conclusion de la manière suivante :

« La modélisation affine aboutie à une ordonnée à l'origine de 9,55 m^{-1} avec une incertitude-type de 0,05 m^{-1} . La relation de conjugaison testée prévoit une pente de $1/f'$ avec $f'_{exp} = 9,5$ cm. L'ordonnée à l'origine obtenue est significativement différente de $1/f'$ car la différence entre l'ordonnée à l'origine de la droite de modélisation et la valeur attendue est très grande devant l'incertitude-type sur l'ordonnée à l'origine. On en conclut que nos résultats expérimentaux ne sont pas compatibles avec la loi testée. »

Pour terminer les élèves peuvent proposer des hypothèses pouvant expliquer les écarts observés à la loi testés :

« Lors de la mise en œuvre du protocole, nous avons certainement commis des erreurs systématiques (biais expérimentaux) qui ont eu un impact sur les mesures :

- latitude de mise au point ;
- lecture de la position des éléments du montage. »

Cette démarche suppose que les élèves travaillent avec un logiciel qui donne facilement accès aux incertitudes-types associées à la pente et à l'ordonnée à l'origine. Elle permet à chaque groupe d'élèves d'exploiter en détails ses propres mesures. Les élèves doivent présenter leurs résultats avec un nombre de chiffres significatifs adapté (un chiffre significatif sur l'incertitude-type) et rédiger une conclusion avec une argumentation solide. Avec cette démarche, ils mettent souvent en lumière des biais expérimentaux qu'il convient d'identifier (biais de positionnement du matériel, parallaxe, résistance internes d'appareils...). Cela implique que les résultats expérimentaux ne sont pas toujours compatibles avec la loi testée.

Exploitation collective des résultats de mesure

Résultats expérimentaux

Les élèves procèdent de la même manière pour collecter leurs données numériques. Seule l'exploitation change.

Chaque binôme trace le nuage de points associé à $\frac{1}{OA'}$ en fonction de $\frac{1}{OA}$ à l'aide d'un logiciel tableur-grapheur et demande l'affichage d'une droite de modélisation (affine). Chaque binôme observe le nuage de points pour valider le choix du modèle affine.

Ensuite les élèves mettent en commun les pentes et ordonnées à l'origine trouvées.

Lentille utilisée par les élèves (mesures effectuées lors d'une précédente séance)			Analyse de la modélisation		
#groupe	f (en m)	u(f) (en m)	pen	o.o	o.o-1/f
1	0,091	0,009	0,98	10,01	-1,04
2	0,096	0,005	0,99	10,50	0,03
3	0,090	0,005	1,02	10,40	-0,77
4	0,102	0,007	0,86	10,70	0,85
5	0,092	0,010	1,02	10,40	-0,47
6	0,094	0,007	0,99	10,20	-0,50
7	0,106	0,008	1,13	10,80	1,34
8	0,100	0,006	0,99	10,30	0,30
9	0,099	0,007	0,96	9,93	-0,22
10	0,103	0,006	0,95	10,30	0,59
11	0,103	0,005	0,90	9,79	0,03
12	0,101	0,009	1,01	10,80	0,85
13	0,101	0,005	1,11	10,60	0,65
14	0,095	0,010	0,92	9,54	-0,99
moyenne			0,988		0,047
ecartype			0,072		0,747
u			0,019		0,200

Analyse des résultats

Étude de la pente

On calcule la moyenne des pentes trouvées par les élèves, leur écart-type (fonction ECARTYPE dans un tableur comme LibreOffice par exemple) et on calcule l'incertitude-type associée à cette série de 14 mesures (écart-type divisé par $\sqrt{14}$).

« Les modélisations affines aboutissent à une pente moyenne de 0,99 avec une incertitude-type de 0,02. La relation de conjugaison testée prévoit une pente de 1. La pente obtenue est compatible avec 1 car la différence entre la moyenne des pentes et la valeur attendue n'est pas très grande devant l'incertitude-type associée à la pente. »

Étude de l'ordonnée à l'origine

Pour analyser les ordonnées à l'origine obtenue la démarche est un peu plus délicate car tous les élèves disposent d'une lentille différente. La distance focale de chacune des lentilles a été mesurée

lors d'une séance précédente. Pour chaque binôme, on calcule donc la quantité $o. o - \frac{1}{f'_{exp}}$ qui doit s'approcher de 0 pour chaque groupe. On calcule ensuite la valeur moyenne de cette quantité, son écart-type et son incertitude-type associée.

« Les modélisations affines aboutissent à une valeur moyenne de la quantité $o. o - \frac{1}{f'_{exp}}$ qui vaut $0,0 \text{ m}^{-1}$ avec une incertitude-type de $0,2 \text{ m}^{-1}$. La relation de conjugaison testée prévoit que cette quantité vaut 0 m^{-1} . Les résultats expérimentaux obtenus sont donc compatibles avec cette valeur de référence.

On en conclut que nos résultats expérimentaux exploités collectivement sont compatibles avec la loi testée. »

Cette démarche collective ne nécessite à aucun moment que les élèves aient accès aux incertitudes-types associées à leurs propres mesures. L'exploitation collective ne répond pas tout à fait à la même question que l'exploitation individuelle.

Avec l'exploitation individuelle on répond à la question « Les résultats expérimentaux du groupe N°XX sont-ils compatibles avec la loi testée ? » La présence de biais expérimentaux dans le protocole implique que les résultats peuvent ne pas être compatibles avec la loi testée.

Avec l'exploitation collective, on répond à la question « Les résultats expérimentaux de la classe sont-ils compatibles avec la loi testée ? ». Les erreurs systématiques commises par chacun des binômes deviennent aléatoires (chaque binôme introduit des biais différents) et entrent dans l'incertitude-type du résultat collectif.

Cette démarche peut être plus confortable car elle aboutit généralement à conclure que les résultats expérimentaux sont compatibles avec la loi testée. Néanmoins l'étude des sources d'erreurs (aléatoires et systématiques) apparaît moins naturellement dans cette démarche.

Les deux démarches (exploitation individuelle et collective) sont donc complémentaires. Il est tout à fait possible de les mener simultanément pour une analyse plus complète des résultats expérimentaux.

Annexes

Références au programme

La lumière : images et couleurs, modèles ondulatoire et particulaire

Notions et contenus	Capacités exigibles <i>Activité expérimentale support de formation</i>
Relation de conjugaison d'une lentille mince convergente.	<p><i>Tester la relation de conjugaison d'une lentille mince convergente.</i></p> <p><i>Réaliser une mise au point en modifiant soit la distance focale de la lentille convergente soit la géométrie du montage optique.</i></p> <p>Capacité mathématique : Utiliser des grandeurs algébriques.</p>

Compétences travaillées dans le cadre de la démarche scientifique

Compétences	Capacités associées
S'approprier	<ul style="list-style-type: none"> Représenter la situation par un schéma
Analyser / Raisonner	<ul style="list-style-type: none"> Proposer une stratégie de résolution Choisir, élaborer, justifier un protocole Choisir un modèle pertinent
Réaliser	<ul style="list-style-type: none"> Mettre en œuvre les étapes d'une démarche Effectuer des calculs Utiliser un modèle Collecter des données Mettre en œuvre un protocole expérimental en respectant les règles de sécurité
Valider	<ul style="list-style-type: none"> Estimer une incertitude Comparer à une valeur de référence Identifier des sources d'erreur
Communiquer	<ul style="list-style-type: none"> Présenter une démarche de manière argumentée, synthétique et cohérente

Présentation de la fonction DROITEREG du tableur LibreOffice

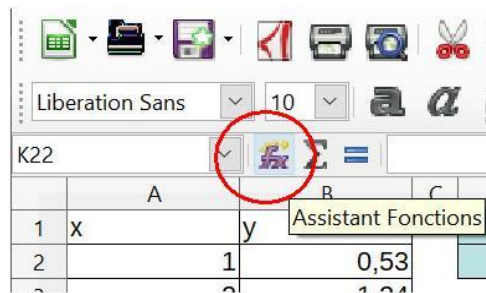
La fonction DROITEREG permet d'effectuer une régression linéaire pour un ensemble de couples de valeurs et de retourner des informations statistiques associées.

En particulier, cette fonction peut fournir la pente et l'ordonnée à l'origine avec les incertitudes-types associées à ces deux indicateurs. Certaines données statistiques ne sont pas explicitées dans ce document. Pour plus d'information on pourra se reporter à la notice LibreOffice : https://wiki.documentfoundation.org/FR/Calc:_fonction_DROITEREG.

Exemple :

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	x	y		pente	0,48648484848485	0,111333333333333	ordonnée à l'origine	
2	1	0,53		u(pente)	0,00772055560693	0,047904787723866	u(ordonnée à l'origine)	
3	2	1,24			0,99798917493241	0,070125428751458		
4	3	1,58			3970,46641607099	8		
5	4	2,02			19,5250693939394	0,039340606060606		
6	5	2,47						
7	6	3,02						
8	7	3,51						
9	8	3,98						
10	9	4,49						
11	10	5,03						

1. Cliquer sur une case (ici la case choisie est la case E1) puis cliquer sur le bouton d'assistant fonction et choisir DROITEREG.



2. Remplir le formulaire de la manière suivante :

Assistant Fonction

Fonctions Structure

Rechercher

Catégorie: Matrice

Fonction: DROITEREG

DROITEREG Résultat de la fonction: {0,486484848484849.0...}

Calcule les paramètres de la régression linéaire sous forme de matrice.

Statistiques (facultatif)

Si paramètre = 0, seuls les coefficients de régression seront calculés ; sinon d'autres valeurs également.

Données Y: B2:B11

Données X: A2:A11

Type de droite: 1

Statistiques: 1

Formule: =DROITEREG(B2:B11;A2:A11;1;1) Résultat: {0,486484848484849.0...}

Matrice Aide <Précédent Suivant > OK Annuler

Type de droite=1 permet d'obtenir une modélisation affine (0 donne un modèle linéaire).

Statistique=1 permet d'afficher l'ensemble des données statistiques liées à la régression linéaire (0 ne retourne que la pente et l'ordonnée à l'origine).