

## Grandeurs et mesures au cycle 2

### Introduction

Les grandeurs et les mesures de grandeurs sont enseignées du cycle 1 au cycle 4. Elles font l'objet d'un thème d'étude spécifique des programmes de mathématiques pendant toute la scolarité obligatoire. Au cycle 2, dans la poursuite des premiers apprentissages réalisés en maternelle à partir de manipulations et d'observations sur la longueur, la masse et la contenance, les connaissances sur ces grandeurs commencent à se structurer en même temps que sont progressivement introduites quelques unités de mesure du système international d'unités. Deux autres grandeurs, la durée et la monnaie ainsi que quelques unités associées sont progressivement introduites. Au cycle 3, le travail sur les grandeurs étudiées au cycle 2 se poursuit avec l'élargissement du champ des unités et de nouvelles grandeurs sont introduites : les aires, les volumes et les angles.

### Objectifs

L'enseignement des grandeurs et de leurs mesures doit permettre aux élèves de comprendre le sens des mesures de grandeurs qu'ils rencontrent à l'école ou dans leur vie quotidienne et qu'ils rencontreront dans un cadre professionnel. Pour cela, ils doivent, d'une part, comprendre à quoi correspond la grandeur dont on leur parle, et d'autre part, avoir une représentation la plus précise possible de ce à quoi correspond une mesure donnée. Pour ce faire, l'acquisition de connaissances et la construction des compétences visées à la fin de chacun des cycles doit s'appuyer sur des situations concrètes, en abordant les apprentissages au travers de situations problèmes le plus souvent empruntées à la vie courante ou issues d'autres disciplines.

Les compétences acquises concernant les grandeurs ou les mesures étudiées en mathématiques sont en effet utiles et nécessaires dans les autres disciplines, qui offrent de nombreuses occasions de réinvestissement : distance en géographie, durée en EPS, masse en sciences, etc. Ces acquisitions, et en particulier la compréhension des systèmes de mesures et le sens des préfixes, vont aussi faciliter les apprentissages menés sur d'autres grandeurs étudiées dans les autres disciplines : capacité de stockage de données en technologie, repérage dans le temps en histoire, température ou densité en sciences, etc.

### Liens avec les domaines du socle

La résolution de problèmes portant sur les notions de grandeurs et mesures contribue au développement des compétences du domaine « les langages pour penser et communiquer »

(domaine 1). La compréhension des énoncés de problèmes dans lesquels apparaissent des grandeurs et l'expression des solutions requièrent en effet le plus souvent l'utilisation de la langue française et la maîtrise d'un vocabulaire mathématique adapté : masse, périmètre, aire, unité, etc. Ces situations mobilisent la compréhension du sens de la grandeur en présence, mais aussi du fait qu'une même grandeur peut être désignée par des mots différents, porteurs d'un sens plus précis : ainsi par exemple la largeur d'une route est-elle une longueur, comme l'épaisseur d'une ramette de papier, l'altitude d'un sommet ou le diamètre d'un bassin circulaire.

La résolution de problèmes portant sur les notions de grandeurs et mesures est également naturellement liée au domaine « les méthodes et outils pour apprendre » (domaine 2), qui concerne plus généralement l'ensemble des résolutions de problèmes en mathématiques.

Enfin, le thème grandeurs et mesures contribue au domaine « les systèmes naturels et techniques » (domaine 4) : la connaissance de grandeurs et de mesures associées, l'utilisation d'instruments de mesure, les calculs effectués avec des mesures et la résolution de problèmes vont contribuer à faire acquérir aux élèves les fondements de la culture mathématique, scientifique et technologique nécessaire à une découverte de la nature et de ses phénomènes, ainsi que des techniques développées par les femmes et les hommes.

## Progressivité des apprentissages

Il semble préférable de prendre le temps de construire chacune des grandeurs étudiées à l'école primaire avec les élèves. Cela implique de travailler dans un premier temps les grandeurs pour elles-mêmes, indépendamment des mesures, en invitant les élèves à observer un objet ou comparer plusieurs objets selon différents points de vue. Il est important, en effet, qu'à de multiples occasions les élèves constatent que l'on peut associer plusieurs grandeurs à un même objet : par exemple, pour un objet de forme parallélépipédique, on peut considérer l'aire de l'ensemble ses faces, son volume ou encore sa masse. Un autre objet de forme parallélépipédique peut avoir le même volume, une aire de l'ensemble de ses faces plus grande, et une masse plus petite. La comparaison des deux solides nécessite donc l'identification précise des critères de comparaison. Comparer des solides selon une grandeur donnée développe chez les élèves la capacité à prendre de la distance par rapport à un objet, à mettre de côté certaines données observables pour n'en cibler qu'une seule ; il s'agit là d'une première étape vers l'abstraction et la modélisation.

Dans un deuxième temps, lorsque la grandeur retenue est bien identifiée, il sera alors possible d'introduire une puis plusieurs mesures associées : par exemple, la notion de masse étant acquise, on pourra introduire sa mesure en kilogrammes.

Les apprentissages se construisent progressivement tout au long des quatre cycles de l'école et du collège.

- **Au cycle 1**, les élèves constituent des collections de taille donnée et déterminent des tailles de collections dès la petite section. Par des observations, des comparaisons directes et des tris, les élèves sont amenés à distinguer certaines grandeurs : longueur, masse ou contenance.
- **Au cycle 2**, les élèves travaillent sur les grandeurs suivantes : taille des collections (nombre cardinal), longueur, masse, capacité, durée, prix. Il s'agit de prendre conscience qu'un objet peut être caractérisé par plusieurs grandeurs : sa longueur, sa masse, sa contenance, etc. Quelques unités usuelles sont progressivement introduites. Elles prennent sens en invitant les élèves à déterminer des mesures par report et comptage d'unités élémentaires, puis à l'aide d'instruments simples comme la règle graduée, mais aussi en leur faisant estimer des

Retrouvez Éduscol sur



mesures de grandeurs. Les élèves commencent à se constituer un répertoire de mesures de certaines grandeurs auxquelles ils peuvent se référer pour estimer d'autres mesures.

- **Au cycle 3**, en plus de la poursuite du travail sur les grandeurs rencontrées au cycle 2, s'ajoutent les grandeurs aire, volume et angle, et des unités de mesure associées sont progressivement introduites. Les préfixes utilisés pour les unités (de milli- à kilo-) doivent être connus des élèves en fin de cycle. L'utilisation de ces préfixes permet, tout au long du cycle, de renforcer le travail sur les nombres entiers et décimaux. L'utilisation des nombres et des opérations arithmétiques permet de résoudre des problèmes impliquant les grandeurs étudiées. Des formules pour calculer des mesures de grandeurs sont progressivement établies et régulièrement utilisées (aire du rectangle, longueur du cercle, volume du pavé droit, etc.).
- **Au cycle 4**, le travail se poursuit sur les grandeurs étudiées aux cycles précédents. Des formules supplémentaires sont établies pour déterminer les volumes des solides usuels. Les notions de grandeurs produit ou quotient, qui ont pu être rencontrées aux cycles 3 (vitesse, débit, coefficient de proportionnalité, etc.), sont formalisées. Les élèves étudient l'effet d'agrandissement ou de réduction sur les longueurs, les aires ou les volumes.

## Stratégies d'enseignement

Le travail mené gagne à s'appuyer en priorité sur la manipulation d'objets réels pour « percevoir » les différentes grandeurs étudiées :

- de simples baguettes, ficelles ou encore bandelettes de papier permettent de donner du sens à la notion de longueur ;
- les objets du quotidien de l'élève (crayon, trousse, manuel, cartable, etc.) ou de la vie courante (téléphone portable, paquet de céréales, paquet de sucre, bouteille d'eau, lot de six bouteilles d'eau, voiture, etc.) peuvent aider à donner du sens à la notion de masse, en particulier en manipulant des matériaux de densités différentes et donc permettant de bien dissocier masse et volume : le paquet de céréales a un volume supérieur à celui de la bouteille d'un demi litre, mais sa masse est inférieure.

Les élèves vont ensuite progressivement être amenés à déterminer des mesures des grandeurs des objets manipulés. Ce travail va contribuer à donner du sens aux unités usuelles et à développer l'esprit critique des élèves. En effet, les mesures de certaines grandeurs d'objets manipulés effectuées en classe vont permettre de créer progressivement un répertoire de références utiles pour estimer d'autres mesures.

### EXEMPLES

- « je peux déterminer un ordre de grandeur de la largeur de ma table si je sais que la largeur d'une feuille de papier mesure 21 cm » ;
- « sachant qu'un stylo mesure environ 15 cm, je peux estimer la longueur de la trousse le contenant. »

Savoir qu'un paquet de six bouteilles d'eau pèse 9 kg, permet à un élève de rejeter sans hésitation l'affirmation « ma trousse pèse 10 kg ». Il est nécessaire de faire vivre le répertoire de mesures de référence construit par les élèves en les utilisant régulièrement, tout au long du cycle et même au-delà.

Peu à peu les élèves élargissent leurs connaissances à des unités moins préhensibles : kilomètres, tonnes, etc., tout en continuant à acquérir des repères utiles (distance entre deux villes, masse d'une voiture, etc.). La compétence à estimer une mesure est systématiquement mobilisée en résolution de problèmes pour contrôler la vraisemblance du résultat trouvé.

## Comparer et ordonner des grandeurs

La comparaison des grandeurs peut s'effectuer dans un premier temps à partir de manipulations d'objets, par comparaison directe, par exemple : ranger des bandes de papiers selon leur longueur, de la plus courte à la plus longue, ou encore ranger des boîtes selon leur masse de la plus légère à la plus lourde, etc.

On peut alors ordonner des objets de différentes façons selon la grandeur à laquelle on fait référence, en effet, une boîte peut avoir un volume inférieur à une autre boîte, mais une masse supérieure.

## Ajouter des grandeurs

La masse de deux objets distincts réunis est égale à la somme des masses de chacun de ces objets ; la masse de trois objets identiques et distincts est égale à trois fois la masse d'un de ces objets. Toutes les grandeurs géométriques rencontrées au cycle 2 vérifient ces propriétés<sup>1</sup>, on peut ajouter de la même façon les longueurs de deux segments mis bout à bout. Ces opérations associées à des manipulations ou à des tracés permettent de renforcer le sens des grandeurs étudiées et préparent aussi les activités de mesurage par report d'une unité. Par exemple, si un segment donné est trois fois plus long qu'un autre, il est possible de vérifier qu'en mettant bout à bout deux segments de même longueur que le premier segment, on obtient un segment six fois plus long que le second segment. Ces activités proposées avant que des unités de mesure ne soient définies contribuent à donner du sens à la grandeur étudiée, mais elles peuvent aussi être proposées après l'introduction des unités, pour encourager la variété des approches. Par exemple, un segment étant donné, construire un segment de longueur triple peut se faire par report à l'aide d'un calque, à l'aide du compas, ou encore par l'utilisation de la règle graduée. La confrontation des méthodes utilisées par les élèves est une nouvelle occasion de conforter la notion de longueur.

## Découvrir des unités et mesurer des grandeurs

Les unités que l'on étudie à l'école appartiennent au système international ; elles sont le résultat d'un choix arbitraire. L'existence d'autres systèmes dont certaines unités perdurent montre à tout un chacun que d'autres choix sont possibles : ainsi rencontre-t-on encore des pouces pour les tailles d'écrans ou des milles marins pour les distances en mer. À l'école primaire, c'est la très bonne compréhension des principes d'élaboration des mesures dans le système international d'unités qui est visée.

Au cycle 2, les mesures sont généralement déterminées à l'aide d'instruments et donc de « mesurages » (une règle pour des longueurs, une balance Roberval pour les masses, un verre gradué cylindrique et de l'eau pour les contenances, un chronomètre pour des durées permettent de mettre en évidence le principe de détermination de la mesure par report de l'unité), mais elles peuvent aussi être le résultat d'un calcul (durée entre deux horaires donnés, périmètre d'un polygone). Au cycle 3, les mesures peuvent encore être déterminées par un « mesurage », par exemple à l'aide du rapporteur pour les angles, mais plus souvent qu'au cycle 2 ce sont des calculs, s'appuyant sur des mesures et parfois aussi des formules, qui permettent de déterminer les mesures de grandeurs cherchées (longueur d'un cercle ; aire d'un triangle, d'un rectangle ou d'un disque ; volume d'un pavé droit). Certaines mesures de longueurs ou d'aires peuvent également être établies par comptage, en s'appuyant sur des quadrillages ; ces dénombrements permettent de renforcer la compréhension de ces grandeurs et la notion de mesure. De façon plus générale, une fréquentation régulière des différentes unités est nécessaire pour qu'elles aient du sens pour les élèves.

1. Ce n'est pas le cas pour d'autres grandeurs, par exemple pour la température : si l'on met ensemble 1 L d'eau à 20°C et 1 L d'eau à 30°C, on n'obtient pas 2 L d'eau à 50°C.

Notons que l'enseignant doit faire preuve d'une vigilance particulière au moment où les élèves découvrent et s'approprient de nouvelles unités. Un exemple classique d'erreur didactique concerne les mesures de longueur : si on souhaite que les élèves donnent du sens au cm, il ne faut pas utiliser d'entrée un agrandissement au tableau : en effet, 5 cm, ne peut avoir une taille différente sur la feuille des élèves et au tableau. Si pour des raisons de visibilité, un agrandissement est utilisé, cela ne peut être qu'après plusieurs manipulations ayant permis d'installer la connaissance de l'unité chez tous les élèves et de plus cela doit être explicitement dit aux élèves : « Regardez ! J'ai moi aussi tracé un segment de 5 cm au tableau, c'est comme sur votre feuille, mais c'est trop petit pour que vous puissiez voir, je vais donc tracer un segment dix fois plus long, qui va donc mesurer 50 cm, pour que vous le voyiez bien. ».

En dehors des unités de durée et d'angle, les systèmes d'unités sont décimaux, le travail sur l'écriture des nombres et celui sur les mesures vont donc se nourrir mutuellement. Au cycle 2, les activités de mesurage permettent de comprendre qu'en prenant une unité de mesure dix fois plus grande, on trouve un nombre d'unités dix fois plus petit : 100 cm c'est  $10 \times 1$  dm ou encore  $1 \times 1$  m ; de la même façon, 14 cL = 140 mL car 1 cL = 10 mL. Ces exercices contribuent à renforcer la compréhension de notre système décimal de position.

L'étude du système sexagésimal (base 60) que nous utilisons pour les heures peut également contribuer à la compréhension de notre système décimal de position, la comparaison des deux systèmes constituant un problème très intéressant, mais le travail sur ce point doit rester modeste. Les sommes ou les différences de durées permettent quant à elles de revenir sur les techniques opératoires dans le système décimal, en particulier pour la gestion des retenues. Il est tout à fait pertinent de faire figurer les unités dans les calculs. Cela aide les élèves à s'assurer qu'ils effectuent des additions ou des soustractions sur des mesures données dans la même unité et les encourage le cas échéant à gérer mentalement les conversions en présentant leurs calculs en ligne :  $25 \text{ cL} + 330 \text{ mL} = 250 \text{ mL} + 330 \text{ mL} = 580 \text{ mL}$ .

De la même façon, cela permet de renforcer le sens des opérations lors de la résolution de problème, en différenciant des opérations mathématiques qui paraîtraient identiques sans les unités :

J'ai un ruban de longueur 35 cm, et j'ai besoin de rubans de 7 cm de longueur, combien vais-je pouvoir en faire ?

Le problème se modélise par une division « groupement » ou « quotient » (recherche du nombre de parts) :

$$35 \text{ cm} \div 7 \text{ cm} = 5.$$

J'ai un ruban de longueur 35 cm, et je le coupe en 7 morceaux de même longueur, de quelle longueur seront ces morceaux ?

Le problème se modélise cette fois par une division « partage » ou « partition » (recherche de la valeur d'une part):

$$35 \text{ cm} \div 7 = 5 \text{ cm}.$$

Ces deux écritures sont bien plus parlantes que l'écriture « sans unités »  $35 \div 7 = 5$ , où ce dont on parle n'est pas indiqué.

## Estimer des mesures

Au cycle 2, les élèves commencent à établir un répertoire de mesures de certaines grandeurs auxquelles ils peuvent se référer pour estimer de nouvelles mesures : longueur et largeur d'une feuille de papier, hauteur de la classe, longueur du bâtiment de l'école, distance entre l'école et la piscine, masse d'une bouteille d'eau, masse d'un pack de six bouteille d'eau, masse du manuel de mathématiques, contenance d'un verre, d'une bouteille, etc.

Il est important que les échanges au sein de l'école permettent de continuer de faire vivre au cycle 3 le répertoire établi au cycle 2, tout en l'enrichissant de nouvelles valeurs de référence. Ce travail sur les estimations doit permettre aux élèves, lors de la résolution de problèmes, d'avoir une idée a priori d'un ordre de grandeur du résultat attendu et de pouvoir avoir un regard critique devant un résultat incohérent.

## Effectuer des changements d'unités

Au cycle 2, les élèves effectuent des changements d'unités entre les quelques unités introduites au cours du cycle pour chacune des grandeurs étudiées. Ces conversions peuvent être motivées par la résolution d'un problème, mais aussi faire l'objet d'exercices décrochés : pour permettre aux élèves de donner sens à ce travail technique on veillera à toujours rester dans des situations proches des besoins de la vie courante. Par exemple, on peut avoir besoin de convertir 3 km en m, mais plus rarement 350 km en m, et encore moins 25 km en mm !

Au cycle 2, seules quelques unités usuelles sont rencontrées par les élèves, ils n'utilisent donc pas de tableaux de conversion. Ces tableaux seront introduits au cours moyen pour institutionnaliser la suite des préfixes et au collège pour effectuer des conversions. Au cycle 2, les conversions s'appuient sur les relations connues, en utilisant éventuellement des unités intermédiaires.

### EXEMPLE

Sara a un sac de briques de construction de 8 mm de hauteur, elle veut construire une tour aussi haute qu'elle avec ces pièces. Sara mesure 1 m 24 cm. Combien de briques doit-elle empiler pour réaliser sa tour ?

$1 \text{ m} = 100 \text{ cm}$ , donc  $1 \text{ m} + 24 \text{ cm} = 124 \text{ cm}$ .

$1 \text{ cm} = 10 \text{ mm}$ , donc  $124 \text{ cm} = 1240 \text{ mm}$

$1240 \text{ mm} \div 8 = 620 \text{ mm} \div 4 = 310 \text{ mm} \div 2 = 155 \text{ pièces}$

Sara va devoir empiler 155 briques.

Ou bien :  $(1 \text{ m } 24 \text{ cm}) \div 8 \text{ mm} = 124 \text{ cm} \div 8 \text{ mm} = 1240 \text{ mm} \div 8 \text{ mm} = 155$

Les conversions sont aussi travaillées tout au long du cycle dans le cadre du calcul mental, ou du calcul en ligne :  $2 \text{ dm} + 15 \text{ cm} = 20 \text{ cm} + 15 \text{ cm} = 35 \text{ cm}$

## Quelques points de vigilance

### Comprendre à quoi correspondent les grandeurs

L'élève doit être capable de distinguer ce qui relève de la longueur, de la masse, de la contenance, de la durée, des prix.

Il doit pouvoir caractériser une grandeur par des mots (par exemple sur la masse : *plus lourd que, plus léger que, kilogramme, peser, etc.*), ou encore par des gestes (mimer l'acte de

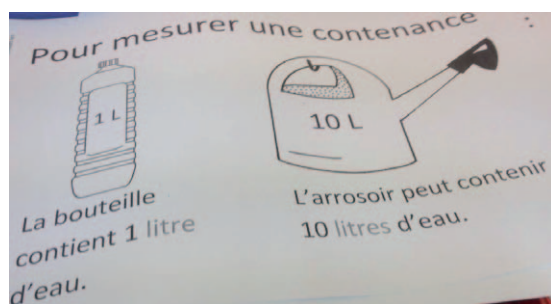
soupeser pour les masses, de transvaser pour les capacités, etc.).

### Construire des références

Pour passer du concept de grandeur à celui de mesure, il est nécessaire que les élèves construisent des éléments de référence issus de leur univers quotidien et adaptés à celui-ci. Par exemple, prendre pour référence du *litre* une brique de lait, adosser *33 centilitres* à une canette de soda, le *mètre* à la règle que l'enseignant utilise au tableau, etc.

### Affichages et traces écrites

Les affichages et les traces écrites dans les cahiers d'élève doivent être l'objet d'une forte attention.



Dans l'exemple ci-contre, il s'agit d'une forme de représentation qui exige une prise de distance et donc une capacité à abstraire. Il convient de privilégier les objets réels (disposer dans la classe d'un arrosoir et d'une bouteille d'eau sur lesquels les capacités sont affichées) afin de les manipuler régulièrement. Ce n'est qu'au terme de cette démarche que les affichages prendront un réel sens pour les élèves.

La trace écrite dans les cahiers d'élève doit elle aussi être fonctionnelle et doit rendre compte des expériences conduites.

#### EXEMPLE

Un kilogramme c'est 1000 grammes.

Selon les objets, un kilogramme prend plus ou moins de place.

Un kilogramme, c'est la masse d'un litre d'eau, c'est aussi la masse de quatre paquets de pâtes de 250 g, ou d'un gros oreiller.

### Six compétences : chercher, raisonner, modéliser, représenter, calculer, communiquer

S'appuyer sur ces six compétences aide à la conception des séances d'apprentissage et permet aussi de décrypter les productions des élèves lors de la résolution de problèmes relatifs aux grandeurs et mesures : l'élève a-t-il raisonné ? modélisé ? Ce n'est pas parce qu'un élève n'a pas « tout bon », qu'il a « tout faux » ; les six compétences constituent donc une bonne grille de lecture permettant de repérer les points d'appui et les difficultés rencontrées et ainsi d'opérer les remédiations nécessaires.

Le travail sur les grandeurs et mesures est particulièrement propice au développement des six compétences travaillées en mathématiques : chercher, modéliser, représenter, calculer, raisonner et communiquer.

- **Chercher** : tester, essayer plusieurs pistes de résolution dans la résolution des problèmes relevant des grandeurs et mesures. Chercher, par exemple, un découpage permettant de comparer les aires de deux figures de formes différentes.
- **Modéliser** : c'est traduire la réalité en modèle mathématiques pour revenir ensuite à la réalité. Au quotidien, on modélise fréquemment pour des problèmes de la vie courante. Lorsque l'on veut poser du lambris dans une montée d'escalier, on est amené à modéliser cette situation : la surface à lambrisser s'apparente à un triangle rectangle dont on doit calculer l'aire.

Retrouvez Éduscol sur



- **Représenter** : on peut, par exemple, représenter la situation précédente sur une feuille en indiquant des côtes.
- **Raisonner** : chacune des étapes de résolution d'un problème impliquant des grandeurs (compréhension de l'énoncé et de la consigne, recherche, production et rédaction d'une solution) fait appel au raisonnement. L'exemple ci-dessus nécessite de raisonner pour construire la modélisation appropriée, chercher la solution « théorique », la majorer pour compenser les coupes, etc.
- **Calculer** : dans un problème impliquant des grandeurs, les mesures fournissent des nombres qui peuvent être entiers, décimaux, voire non décimaux, avec lesquels les élèves doivent mettre en œuvre des calculs sous différentes modalités : calcul mental, en ligne, posé ou instrumenté. L'exercice ci-dessus nécessite un calcul pour déterminer l'aire du triangle rectangle, et sans doute d'autres calculs pour déterminer le nombre de paquets de lambris à acheter, calculs qui différeront sans doute en fonction des fournisseurs...
- **Communiquer** : dans le cadre d'une activité mathématique, communiquer est un objectif de formation essentiel, tant à l'oral pour exprimer le travail réalisé et le raisonnement suivi, qu'à l'écrit pour produire des réponses compréhensibles par un lecteur extérieur. Dans notre exercice, il faudra être en mesure de communiquer avec le vendeur sur les besoins en surface de lambris et la façon dont cette surface a été déterminée.

## Exemple de situation d'apprentissage

[Une séance sur les masses](#) pour mieux appréhender ce qu'est un kilogramme et renforcer la distinction entre masse et contenance/volume.

## Ressources complémentaires

- SCEREN (2010), [Le nombre au cycle 2](#), partie 4, Grandeurs et mesures, p. 85 à 96
- SCEREN (2010), [Le nombre au cycle 3](#), partie 2, Le système métrique au service de la numération des entiers et des grandeurs, p. 13 à 30
- Grandeurs et mesures à l'école élémentaire, document d'accompagnement des programmes 2002.

Retrouvez Éduscol sur

